

# Modellierung und numerische Beschreibung transienter Kraftwerksprozesse

Zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation von Laszlo Küppers aus Marktoberdorf  
Tag der Einreichung: 16. April 2019, Tag der Prüfung: 25. Juni 2019  
Darmstadt — D 17

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. J. Janicka
2. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. B. Eppler



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Fachbereich Maschinenbau  
Institut für Energie- und  
Kraftwerkstechnik

# Modellierung und numerische Beschreibung transienter Kraftwerksprozesse

Genehmigte Dissertation von Laszlo Küppers aus Marktoberdorf

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. J. Janicka

2. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. B. Eppele

Tag der Einreichung: 16. April 2019

Tag der Prüfung: 25. Juni 2019

Darmstadt — D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-91987

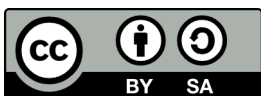
URI: <https://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/9198>

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,

E-Publishing-Service der TU Darmstadt

<http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

[tuprints@ulb.tu-darmstadt.de](mailto:tuprints@ulb.tu-darmstadt.de)



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:

Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International (CC BY-SA 4.0)

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.de>

---

## Erklärung zur Dissertation

---

Hiermit versichere ich, die vorliegende Dissertation ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 29. Oktober 2019

---

(L. Küppers)

---

## Danksagung

---

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner vierjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Institutes für Energie- und Kraftwerkstechnik an der Technischen Universität Darmstadt. Unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. J. Janicka hatte ich die Möglichkeit, an der Entwicklung und Implementierung transienter numerischer Algorithmen und Modelle mitzuwirken. Dafür und für die hieraus entstandene Ermöglichung der Promotion möchte ich mich ganz herzlich bedanken. Diese wurde auch maßgeblich getragen von einer stets freundlichen und konstruktiven Zusammenarbeit. Auch die vielen Gelegenheiten zur fachlichen Diskussion und Anregungen für das Gelingen der Arbeit seitens Herrn Prof. Janicka möchte ich an dieser Stelle nicht unerwähnt lassen.

Mein Dank gilt darüber hinaus Herrn Prof. Dr.-Ing. B. Eppe für die Übernahme des Koreferates. Seine wissenschaftlichen Arbeiten und Ausführungen lieferten für die Dissertation eine Vielzahl wertvoller Anregungen.

Einen ganz besonderen Dank möchte ich auch an die Mitarbeiter der Steag Energy Services und Entwickler der Simulationsplattform EBSILON<sup>®</sup> *Professional* entrichten. Neben den Büro-Räumlichkeiten stellten sie mir alle erforderlichen Werkzeuge für die Softwareentwicklung zur Verfügung, begleitet von vielen wertvollen Gesprächen und Diskussionen, ohne welche das Gelingen dieser Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen wäre. An dieser Stelle ganz herzlichen Dank an Dr. Tobias Löw, Dr. Alexander Maltsev und Dr. Reiner Pawellek für ihr großes Engagement und die tolle, konstruktive und herzliche Atmosphäre im Team.

Last, but not least geht mein besonderes Dankeschön an Herrn Dipl.-Ing. Jan Schmitt für das Korrekturlesen und die fachlich freundschaftliche Unterstützung während meiner Doktorandenzeit. Das letzte Dankeswort geht an meine langjährige Bekannte Xenia, die mir mit ihrem großem Engagement beim Lektorat der Arbeit zur Seite stand und bei vielen entscheidenden, über die fachlichen Belange hinweg reichenden Fragen oft die erforderlichen Denkanstöße mitgeben konnte.



---

## Abstract

---

Current research and developments in the field of advanced process simulation tools deal increasingly with transient approaches. Changing structures and demands for power generation and all related processes in terms of energy conversion currently clearly point towards increasing dynamics and faster load changes. With focus set on modeling faster load steps and rapidly changing operation modes, full dynamic approaches cannot be neglected anymore. On the one hand simulations can help provide a comprehensive understanding of these processes. On the other hand a lot of studies and what-if scenarios can be analyzed without expensive experiments at real plants.

The following thesis is about numerical methods and algorithms to cope with transient process simulations. State of the art analysis, investigation of mathematical basics and numerical implementation lead to several transient components and algorithms, which are set up for a Newton-based equation solver. Source code for a heat exchanger, transfer function, dynamic pipe and a stratified storage was developed on a commercially available software tool. All dynamic heat exchangers and pipes are modelled with charging and discharging of fluid mass (steam as well as water) beside the thermal induced dynamics.

All models are verified and validated in accordance with CFD simulation models, analytic calculations and experimental data. In order to obtain further information on the capability of these new components, three models of different complexity are set up and tested. Currently moderate load changes are performed without start stop scenarios and failures.

At first a simple HRSG-model is built in order to compare results and performance of transient components while a trip (sudden failure) of the gas turbine is simulated. The second model of a hard coal power plant provides insight into a dynamic boiler fully equipped with controlling structures such as superposed control of electrical power output, feed water regulation, transfer functions for the step responses of the coal mills, various injection coolers to adjust the steam parameters and also a water circulation mode in case of lower part loads when once-through steam generation is not working properly anymore. The last model of a HRSG power plant is operating at 3 pressure stages and altogether 24 dynamic heat exchangers along the path of the flue gas from the exhaust of the gas turbine to the stack. Beside this, first studies on improvement of the controlling quality for thermodynamical cycles are carried out successfully.

Comparing the simulation results to real process data in case of moderate load changes the models show good accordance and prove their capabilities in terms of behaviour of the physically modeled components as well as of the transfer functions and controllers. The algorithm of the physically reduced model against the Crank-Nicolson-Method shows an impressive reduction of calculation time.

---

## Kurzzusammenfassung

---

Die aktuelle Forschung und Entwicklung der Prozess-Simulation ist zunehmend mit der Abbildung transienter Vorgänge befasst. Die Hauptmotivation dafür ist in der sich in Richtung zunehmender Dynamisierung verändernden Landschaft der Stromerzeugung zu sehen. Hierfür reicht eine rein stationäre Betrachtungsweise in der Systemsimulation nicht mehr aus, das Abbilden des Verhaltens realer Kraftwerke erfordert eine dynamische Berechnung, um die häufiger werdenden Lastwechselszenarien ebenfalls erfassen und analysieren zu können. Somit kann die Simulation einerseits tiefer gehende Einblicke und Verständnis für die Prozesse vermitteln, andererseits ermöglicht sie Studien und das Durchspielen von „Was-Wäre-Wenn“-Szenarien ohne kostspielige und langwierige Versuche an realen Anlagen durchführen zu müssen.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Modellierung und numerischen Beschreibung dieser transienten Prozesse, um einen Newton-basierten Gleichungslöser für derartige dynamische Simulationen zu erweitern. Nach Analyse des Stands der Technik und Recherche der dazu erforderlichen mathematischen Grundlagen sowie deren numerischer Umsetzung werden verschiedene Modelle mit unterschiedlichen Algorithmen erstellt und implementiert. Es entstehen Software-Komponenten zur transienten Abbildung von Wärmetauschern, thermische Energie speichernden Rohrleitungen, Übertragungsfunktionen mit verschiedenen Optionen für die Parametrierung und ein Schichtenspeicher. Die Modellierung der Fluid durchströmten Bauteile erlaubt neben der rein thermischen Dynamik auch das Massen-Ein- und Ausspeichern.

Die neu implementierten Algorithmen konnten mit Hilfe von CFD-Simulationen sowie analytischer Nachrechnung verifiziert werden und garantieren eine richtige und entsprechend genaue Lösung der Bestimmungsgleichungen. Das Erreichen der Zielsetzung der Arbeit wird anhand dreier Demonstrationsbeispiele belegt. Der Newton-basierte Gleichungslöser einer kommerziell verfügbaren Softwareplattform konnte mit den vorgestellten Komponenten dahingehend erweitert werden, die Simulation dynamischer Prozessmodelle von kompletten Kraftwerken zu ermöglichen. Das Anwendungsspektrum der Simulationen wird auf Lastwechselszenarien beschränkt ohne Berücksichtigung von Störfällen, welche durch extrem große Gradienten der Prozessgrößen gekennzeichnet sind. Auch das komplette An- und Abfahren von Anlagen wird derzeit nicht in die Betrachtungen eingeschlossen.

Zunächst werden anhand eines einfachen Modells eines Abhitzekekessels die Ergebnisse und die Performanz der transienten Bauteile verglichen im Rahmen eines simulierten Gasturbinenausfalls. Bei einem weiteren Demonstrationsmodell handelt es sich um einen Steinkohleblock, dessen Kessel mit Hilfe transienter Wärmetauscher modelliert wird. Zusätzlich werden hier noch Hauptbestandteile der Leit-/und Regelungstechnik wie die Regelung der Blocklast und untergeordnet die Speisewasser-, Frischdampf- und Zwischenüberhitzer-Regelung mit dynamischen Bauteilen abgebildet. Darüber hinaus ist in Mindestlastfällen Umwälzbetrieb darstellbar, wenn Benson-Betrieb des Kessels nicht mehr möglich ist. In einem dritten Beispiel findet sich ein umfangreicheres Modell eines, wie in realen GuD-Anlagen eingesetzten Abhitzekekessels, dessen drei Druckstufen mit insgesamt 24 transienten Wärmetauschern entlang des Rauchgasstroms von der Gasturbine zum Kamin hin dynamisch simuliert werden. Zusätzlich zu den Demonstrationsbeispielen konnten erste Studien zur Verbesserung der Regelgüte bei Kreisprozessen erfolgreich durchgeführt werden.

Das Demonstrationsmodell des Steinkohleblocks und auch das des Abhitzekekessels zeigen für betriebsbedingt moderate Lastwechsel gute Übereinstimmungen der Berechnungen mit den Realdaten sowohl in Bezug auf das transiente Verhalten der physikalisch modellierten Komponenten als auch bei den Übertragungsfunktionen und Reglern. Die physikalisch reduzierten Modelle erzielen dabei gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren immense Rechenzeitgewinne.

---

## Publikationen

---

- Küppers, L.; und M. Richter (2014): Transiente Simulation von Komponenten konventioneller Kraftwerke mit EBSILON®Professional. In: *Tagungsband 46. Kraftwerkstechnisches Kolloquium Dresden*
- Küppers, L. (2015): Bewertung verschiedener Prozesse zur Energiewandlung mit Hilfe transienter Simulation unter Verwendung von EBSILON®Professional. In: *Tagungsband 47. Kraftwerkstechnisches Kolloquium Dresden*
- Küppers, L. (2016): Einbindung transienter Simulationen als Beobachter-Modell in Regelungen der Kraftwerkstechnik unter Verwendung von EBSILON®Professional. In: *Tagungsband 48. Kraftwerkstechnisches Kolloquium Dresden*

---

## Inhaltsverzeichnis

---

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>3</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>5</b>
<b>Allgemeine Abkürzungen</b>	<b>7</b>
<b>Symbolverzeichnis Griechisch</b>	<b>9</b>
<b>Symbolverzeichnis Lateinisch</b>	<b>11</b>
<b>1. Einleitung und Motivation</b>	<b>13</b>
<b>2. Ausgangssituation und Stand des Wissens</b>	<b>17</b>
2.1. Prozesssimulation stationär . . . . .	17
2.1.1. Numerik zur Lösung der Gleichungssysteme thermodynamischer Kreisprozesse . . . . .	19
2.1.2. Beispiel Wärmetauscher . . . . .	19
2.1.3. Übersicht numerische Verfahren . . . . .	20
2.1.4. Fehlerabschätzung . . . . .	21
2.1.5. Newton-Verfahren . . . . .	21
2.1.6. Varianten des Newton-Verfahrens . . . . .	23
2.2. Prozesssimulation instationär . . . . .	23
2.3. Arbeitsziele und Struktur der Arbeit . . . . .	26
<b>3. Instationäre Ansätze zur Modellierung dynamischer Vorgänge</b>	<b>29</b>
3.1. Übergang von stationärer zur dynamischen Simulation . . . . .	29
3.2. Struktur und Formulierung der Erhaltungsgleichungen für die dynamischen Bauteile . . . . .	33
3.2.1. Massenbilanz . . . . .	33
3.2.2. Impulsbilanz . . . . .	33
3.2.3. Energiebilanzen des Wärmespeichers . . . . .	34
3.2.4. Modellierung von Wärmespeichern mit reduzierter Dimensionalität . . . . .	37
3.2.5. Bilanzierung des Wärmetauschers . . . . .	39
3.3. Übertragungsfunktionen . . . . .	39
3.3.1. Abstrakte Übertragungsfunktion . . . . .	40
3.3.2. Physikalisch abgeleitete Übertragungsfunktion . . . . .	41
<b>4. Numerische Algorithmen zur Umsetzung der instationären Ansätze</b>	<b>43</b>
4.1. Numerische Lösung für den Speicher . . . . .	43
4.1.1. Crank-Nicolson-Verfahren . . . . .	45
4.1.2. Numerische Verfahren zur Lösung der Energiebilanzen für die Fluidelemente . . . . .	49
4.1.3. Zusätzliche numerische Berücksichtigung des Druckes . . . . .	50
4.1.4. Berücksichtigung der axialen Wärmeleitung im Fluid . . . . .	51
4.2. Numerische Umsetzung und Algorithmen der Übertragungsfunktionen . . . . .	53
4.2.1. Abstrakte Übertragungsfunktion . . . . .	53
4.2.2. Numerik der physikalisch abgeleiteten Übertragungsfunktionen . . . . .	53
<b>5. Verifikation und Validierung der numerischen Modelle</b>	<b>55</b>
5.1. Analytische Nachrechnung . . . . .	55
5.2. Verifikation der Crank-Nicolson-Methode mit Hilfe von CFD-Simulationen . . . . .	57
5.3. Vergleich der beiden transienten Modelle mit örtlicher Diskretisierung . . . . .	61
<b>6. Demonstrationsbeispiele</b>	<b>65</b>
6.1. Aufbau der transienten Simulationsmodelle in EBSILON . . . . .	65
6.2. GuD mit einer Druckstufe . . . . .	66

6.3. Steinkohleblock mit dynamischem Benson-Kessel . . . . .	68
6.4. GuD mit dynamischem Abhitzekessel mit drei Druckstufen und Gleitdruckbetrieb . . . . .	70
<b>7. Ergebnisse</b>	<b>73</b>
7.1. GuD mit einer Druckstufe . . . . .	73
7.2. Steinkohleblock mit dynamischem Benson-Kessel . . . . .	77
7.2.1. Ergebnisse mit dem gekoppelten Modell und den neuen Algorithmen . . . . .	79
7.2.2. Ergebnisse für ein Lastprofil mit Umwälzbetrieb . . . . .	81
7.3. Dynamischer Abhitzekessel mit drei Druckstufen . . . . .	85
7.3.1. Stationäre Dampftrommel Ergänzung partieller Ableitungen . . . . .	85
7.3.2. Abgleich Demonstrationsbeispiel 3 stationäre und dynamische Simulation . . . . .	89
7.3.3. Simulation eines Lastwechsels mit Realdaten . . . . .	91
7.4. Einsatz der neuen Komponenten in der Regelungstechnik . . . . .	95
<b>8. Zusammenfassung</b>	<b>99</b>
<b>9. Ausblick und weiterer Entwicklungsbedarf</b>	<b>101</b>
<b>A. Dokumentation transiente Bauteile</b>	<b>103</b>
A.1. Setup zur Berechnung der Dynamik und Zeitreihendialog . . . . .	103
A.2. Bauteil indirekter Speicher . . . . .	104
A.3. Transienter Wärmetauscher . . . . .	109
A.4. PID-Regler . . . . .	110
A.5. Übertragungsfunktion . . . . .	111
A.6. Dynamische Rohrleitung, Überhitzerstrecke . . . . .	112
A.7. Schichtenspeicher . . . . .	119
<b>B. Initialisierung des transienten Wärmetauschers</b>	<b>123</b>
B.1. Vorab berechnete Zahl der Iterationsschritte für die Initialisierung . . . . .	123
B.2. Initialisierung mit Abbruchkriterium . . . . .	125
B.3. Korrektur auf die stationäre Lösung . . . . .	126
B.4. Stationäre Modellparametrierung mit QT-Diagrammen . . . . .	129
B.5. Substitution von Makromodellen durch den transienten Wärmetauscher und Vergleich der Simulationsergebnisse mit anderen Softwaretools . . . . .	132
B.5.1. Analyse der fehlerhaften Simulationen . . . . .	134

---

## Abbildungsverzeichnis

---

1.1. Jährlicher Anteil Windenergie an der öffentlichen Netto-Stromerzeugung in Deutschland[1] . . . . .	14
1.2. Jährlicher Anteil Solarenergie an der öffentlichen Netto-Stromerzeugung in Deutschland[1] . . . . .	14
1.3. Stromproduktion Sommerwoche 2011[43] . . . . .	15
1.4. Stromproduktion Sommerwoche 2020[43] . . . . .	16
2.1. Wärmetauscher mit den Bilanzgrößen . . . . .	19
3.1. Schema vereinfachtes, örtlich reduziert aufgelöstes Modell . . . . .	31
3.2. Fließbild Aufbau/Workaround für eine dynamische Dampftrommel mit einem Massenspeicher und Logik-Bausteinen . . . . .	32
3.3. Energiebilanz Fluidelement nach 1. HS . . . . .	35
3.4. Aufbau und Geometrie des transienten Wärmetauschers . . . . .	39
3.5. Einsatz von Übertragungsfunktionen im Kraftwerksbereich[130] . . . . .	39
3.6. Schema Laplace-Transformation[80] . . . . .	40
4.1. Energiebilanz um ein differentielles Volumenelement für eine Rohrleitung . . . . .	43
4.2. Radialer Schnitt Rohrwand für Temperaturprofil . . . . .	44
4.3. Differenzenstern 2D . . . . .	45
4.4. Differenzenstern 2D für die ADI-Methode . . . . .	46
4.5. Bilanzierung der Wärmeströme über die Flächenelemente . . . . .	48
4.6. Skizze der Lage der Stützstellen beim Upwind-Verfahren . . . . .	50
4.7. Einfluss der axialen Wärmeleitung im Fluid auf die Ausbildung der thermischen Sprungschicht . . . . .	52
4.8. Vorlage zur numerischen Umsetzung des $\kappa_D$ -Verfahrens . . . . .	54
5.1. Vergleich Sprungantworten der dynamischen Rohrmodelle . . . . .	55
5.2. Aufbau und Bemaßung des CFD-Verifikations-Modells . . . . .	57
5.3. Vergleich instationäre Rohrmodelle CFD-EBSILON . . . . .	58
5.4. Vergleich der Modelle jeweils mit 100kg/s Fluidmassenstrom . . . . .	59
5.5. Einfluss der Diskretisierung auf den zeitlichen Verlauf der mittleren Speichertemperatur . . . . .	60
5.6. Vergleich Crank-Nicolson und reduziertes Modell für $\lambda = 1 \text{ W/mK}$ . . . . .	62
5.7. Vergleich Crank-Nicolson und reduziertes Modell für $\lambda = 100 \text{ W/mK}$ . . . . .	62
5.8. Entwicklung des maximalen und mittleren Fehlers über der Wärmeleitfähigkeit des Speichermaterials im Vergleich der beiden Modelle . . . . .	63
6.1. Fließbild des 1. Demonstrationsbeispiels . . . . .	66
6.2. Fließbild des Gesamtmodells Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock . . . . .	68
6.3. Fließbild des Dampferzeugers Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock . . . . .	69
6.4. Fließbild des Abhitzekessels mit drei Druckstufen, Demonstrationsbeispiel 3 . . . . .	71
7.1. Diagramm Verlauf der Dampfmassenströme beim Druckwechsel . . . . .	73
7.2. Diagramm Verhalten der Dampftemperatur beim Druckwechsel . . . . .	74
7.3. Diagramm Verlauf der Abgastemperatur und Massenstromes beim Ausfall der Gasturbine . . . . .	75
7.4. Fließbild des Dampferzeugers Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock nach Verschaltung der transienten Baugruppen . . . . .	77
7.5. Schema Informationsfluss zwischen den Komponenten . . . . .	78
7.6. Lastvorgaben für den Steinkohleblock . . . . .	79
7.7. Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock, Vergleich der Frischdampftemperaturen und Blockleistungen bei Lastabsenkung . . . . .	80
7.8. Verbesserte Simulation Demo-Beispiel 2, Steinkohleblock, Lastabsenkung mit Umwälzbetrieb[110] . . . . .	81
7.9. Simulationsergebnisse Lastwechsel erstes dynamisches Kraftwerksmodell . . . . .	81
7.10. Relative Frischdampfmassenströme Demonstrationsbeispiel 2 beim Lastwechsel mit Umwälzbetrieb . . . . .	82
7.11. Konvergenzverlauf reduziertes Modell Demonstrationsbeispiel 2 mit verschiedenen Relaxationsfaktoren . . . . .	84
7.12. Fließbild einer Verschaltung einer Dampftrommel (stationär) mit einem Umlaufverdampfer . . . . .	85
7.13. Konvergenzverlauf Dampftrommel mit partieller Ableitung nach $m_4$ . . . . .	87

7.14. Konvergenzverlauf Dampftrommel ohne die partielle Ableitung nach $m_4$ . . . . .	87
7.15. Verlauf der Füllstände bei der Langzeit-Initialisierung des GuD-Modells, die Fluidmasse ist Teil des Speichers bei allen dynamischen Wärmetauschern und kann ein- und ausgespeichert werden . . . . .	89
7.16. Verlauf der Füllstände bei der Langzeit-Initialisierung des GuD-Modells, die Fluidmasse ist Teil des Speichers bei allen dynamischen Wärmetauschern und kann ein und ausgespeichert werden außer bei den Verdampfern . . . . .	90
7.17. Verlauf des Gasturbinenlastpunktes und des Brenngasmassenstromes . . . . .	91
7.18. Simulierter Verlauf der elektrischen Leistung . . . . .	92
7.19. Übersicht Temperaturen des Niederdruckdampfes nach Überhitzer . . . . .	93
7.20. Übersicht Verlauf Massenströme des Niederdruckdampfes nach Überhitzer . . . . .	94
7.21. Übersicht Mittelwerte Massenströme des Niederdruckdampfes nach Überhitzer . . . . .	94
7.22. Schema der Kaskadenregelung für den Einspritzkühler . . . . .	96
7.23. Schema der Regelung mit Beobachter für den Einspritzkühler . . . . .	96
7.24. Verbesserung der Regelgüte durch Beobachterkonzepte . . . . .	97
7.25. Eingangsgrößen Regelstrecke . . . . .	97
7.26. Vergleich Kaskadenregelung und Beobachterkonzept . . . . .	97
A.1. Ansicht Aufbau-Zeitreihe . . . . .	103
A.2. Ansicht Matrix für Speichertemperaturen . . . . .	104
A.3. Skizze Y- und X-normale Teilflächen des Rohrspeichers . . . . .	104
A.4. Schematischer Ablauf des Crank-Nicolson-Verfahrens . . . . .	106
A.5. Schematischer Ablauf des physikalisch reduzierten Modells . . . . .	108
A.6. Zusammenhänge der Reglerparameter beim idealen PID-Regler . . . . .	110
A.7. Struktur der Reglerbegrenzung[131] . . . . .	111
A.8. Implementierung der Totzeit in die Übertragungsfunktion . . . . .	111
A.9. Diagramm Fehlerentstehung bei Rampenfunktionen . . . . .	112
A.10. Dynamische Kenngrößen zur Parametrierung der Übertragungsfunktion Rohrleitung . . . . .	116
A.11. Aufbauprinzip eines Schichtenspeichers . . . . .	119
A.12. Diskretisierung des Schichtenspeichers . . . . .	120
A.13. Schema für Initialisierung der Sprungschicht im Speicher . . . . .	120
A.14. Skizze Schichtenspeicher mit Auflast zur Erhöhung des Druckes[30] . . . . .	121
B.1. Diagramm Entwicklung zeitlicher Verlauf der normierten kalorischen Mitteltemperatur eines Zylinders[83] . . . . .	123
B.2. Diagramm Entwicklung der Initialfehler CN-Verfahren mit vorab berechneten Zeitschritten . . . . .	124
B.3. Diagramm Entwicklung der Initialfehler CN-Verfahren . . . . .	125
B.4. Diagramm Eingriff der Korrekturfunktion beim transienten Wärmetauscher . . . . .	127
B.5. Diagramm Entwicklung des Fehlers beim Eingriff der Korrekturfunktion . . . . .	127
B.6. QT-Diagramm stationäres PGÜ-Modell des Demonstrationsbeispiels 3 . . . . .	129
B.7. QT-Diagramm transientes Modell des Demonstrationsbeispiels 3 . . . . .	129
B.8. Rückskaliertes QT-Diagramm des transienten Modells des Demonstrationsbeispiels 3 . . . . .	130
B.9. Aufbau Dampf-Überhitzer mit EBSILON-Komponenten . . . . .	132
B.10. Verlauf der Dampftemperaturen nach sekundärseitigem 100K T-Sprung . . . . .	133
B.11. Verlauf der Dampfmassenströme nach sekundärseitigem 100K T-Sprung . . . . .	133
B.12. Fehlerhafte Berechnung der Temperaturverteilung im Hochdruck-Verdampfer . . . . .	134

---

## Tabellenverzeichnis

---

2.1. Übersicht stationäre Simulationsprogramme . . . . .	17
2.2. Übersicht transiente Simulationsprogramme und damit durchgeführte Arbeiten . . . . .	24
2.3. Struktur der Arbeit . . . . .	27
3.1. Übersicht quasistationäre/transiente Komponenten . . . . .	30
5.2. Randbedingungen für die Verifikation . . . . .	58
7.1. Zusammenfassung Performanz-Analyse der Modelle . . . . .	76
7.3. Zusammenfassung Performanz-Analyse für verschiedene Zeitschrittweiten und Konfigurationen . . . . .	83
7.7. Zusammenfassung Performanz Analysen für verschiedene Zeitschrittweiten . . . . .	95





---

## Allgemeine Abkürzungen

---

ADI	Alternating Direction Implicid
axi	axial, hier in Bezug auf die Wärmeleitung (in Strömungsrichtung)
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrichs-Levy-Zahl
CN	Crank-Nicolson-Verfahren, Diskretisierungsverfahren nach Crank und Nicolson
const	konstanter, bzw. festgehaltener Wert
CPU	Central Processing Unit, Zentraler Prozessor eines Computers
DE	Dampferzeuger
DGL	Differetialgleichung
EBSILON	EBSILON® <i>Professional</i> , Simulationssoftwarename Energie Bilanz <b>SI</b> muLation <b>O</b> ffener <b>N</b> etze
EEG	Erneuerbare Energien Gesetz
err	Relativer Fehler
FTBS	Forward in time, backward in Space, bezieht sich auf die Diskretisierung
FTCS	Forward in time, central in Space, bezieht sich auf die Diskretisierung
GuD	Gas und Dampf, Verbindung von Gas- und Dampfturbinen meistens verwendet im Zusammenhang mit Abhitzeesseln
GUI	Graphical User Interface, Benutzeroberfläche
HD	Hochdruck
HRSG	Heat Recovery Steam Generator, Abhitzeessel
HS	Hauptsatz, hier Thermodynamik
iso	Isolierung, thermische
LUVO	LUft VORwärmer, Wärmeübertrager zwischen Primär-/Sekundärluft und dem Rauchgas
MD	Mitteldruck
ND	Niederdruck
NFLOW	Anzahl der Stützstellen, Diskretisierungspunkte in Strömungsrichtung
NRAD	Anzahl der Stützstellen, Diskretisierungspunkte senkrecht zur Strömungsrichtung
PGÜ	Prozessgüteüberwachung, Prozesssimulation und Ermittlung des wahrscheinlichsten Betriebszustands
QT	QT-Diagramm, eine Darstellung mit der übertragenen Wärmemenge auf der X-Achse und der korrespondierenden Temperaturen auf der Y-Achse
quer	Querschnitt, hier in Bezug auf ein Flächenelement

red_mod	In der örtlichen Diskretisierung (Physikalisch) reduziertes Modell
Ref	Referenz, Referenzzustand
RG	Rauchgas
stat	stationär, zeitlich invarianter Teil der Lösung
UWB	Umwälzbetrieb, Fahrweise bei der Dampferzeugung in Teillast
VDI	Verein Deutscher Ingenieure

---

## Symbolverzeichnis Griechisch

---

$\alpha$	Konvektiver Wärmeübergangskoeffizient mit der Einheit $\frac{W}{m^2K}$
$\beta$	Dimensionsloser, zusammenfassender Koeffizient der irreversiblen Druckverluste einer Strömung
$\delta$	Der Kleinbuchstabe Delta repräsentiert hier den relativen Fehler einer Mess-/Rechengröße
$\gamma$	Zusammenfassung der irreversiblen Druckverluste mit den Konversionsfaktoren von Strömungsgeschwindigkeit zu Massenstrom
$\kappa$	Verhältnis der Zeitkonstanten $\frac{T_t}{T_D}$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit mit der Einheit $\frac{W}{mK}$
$\omega$	Relaxationsfaktor
$\phi$	Strecken-Übertragungs-Funktion im Zeitbereich
$\rho$	Dichte mit der Einheit $\frac{kg}{m^3}$
$\tau$	Zeitkonstante
$\Delta$	Der Großbuchstabe Delta repräsentiert hier eine (finite) Differenz
$\Theta$	Temperatur der Rohrwand
$\vartheta$	Fluidtemperatur
$\xi$	Dimensionslose Ortskoordinate
$\zeta$	Beiwert für die Berechnung von Druckverlusten



---

## Symbolverzeichnis Lateinisch

---

A	Fläche mit der Einheit $m^2$
a	Temperaturleitfähigkeit $\frac{\lambda}{\rho c_p}$ mit der Einheit $\frac{m^2}{s}$
Bi	Biotzahl, dimensionslose Kennzahl mit den Eingangsgrößen $\frac{d\alpha_{fluid}}{\lambda_{solid}}$ . Repräsentiert das Verhältnis des konvektiven Wärmetransports durch ein umgebendes Medium zum konduktiven Wärmetransport in einem Körper
$c_p$	Spezifische Wärmekapazität mit der Einheit $\frac{J}{kgK}$
D	Durchflussmedium, hier bezogen auf das in der Rohrleitung strömende Fluid
D	Durchmesser einer Rohrleitung
F	Funktion, allgemein oder Vektor von Funktionen
Fo	Fourierzahl, dimensionslose Kennzahl (Gitterzeit) mit den Eingangsgrößen $\frac{at}{x^2}$
G	Übertragungsfunktion im Bildbereich der Laplace-Transformation
H	Enthalpie, nicht massen- oder volumenspezifisch mit der Einheit $\frac{J}{s}$
h	Spezifische Enthalpie, massenspezifisch mit der Einheit $\frac{J}{kg}$
I	Besselfunktion
J	Jakobimatrix
k	Wärmedurchgangskoeffizient mit der Einheit $\frac{W}{m^2K}$
L	Länge, hier Strömungslänge
Nu	Nusseltzahl, dimensionslose Kennzahl mit den Eingangsgrößen $\frac{d\alpha}{\lambda}$ repräsentiert das Verhältnis des konvektiven Wärmetransports zum konduktiven Wärmetransport in einem Fluid
Pr	Prandtlzahl, dimensionslose Kennzahl mit den Eingangsgrößen $\frac{\nu}{a}$ repräsentiert das Verhältnis der Dicken von Strömungsgrenzschicht und Temperaturgrenzschicht
R	Rohr, Rohrleitung
Re	Reynoldszahl, dimensionslose Kennzahl mit den Eingangsgrößen $\frac{d\nu}{\nu}$ repräsentiert das Verhältnis von Trägheits- zu Zähkräften in einer Strömung
U	Innere Energie eines Fluides oder Speichermediums, nicht massen- oder volumenspezifisch mit der Einheit $J$
U	Umfang eines Strömungsrohres, Rohrleitung
w	Strömungsgeschwindigkeit mit der Einheit $\frac{m}{s}$



---

## 1 Einleitung und Motivation

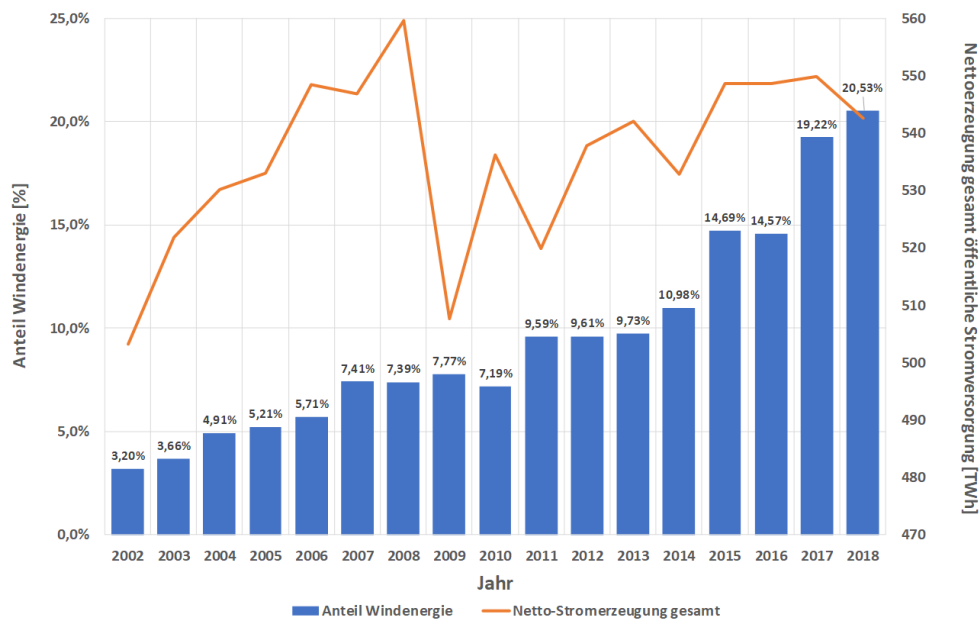
---

Die Thematik der Energiewandlung begleitet die Menschheit bereits seit langer Zeit. Mit der Entdeckung und Handhabung des Feuers lässt sich der Beginn dieser Entwicklung faktisch bis in die frühe Steinzeit zurückverfolgen. Während anfänglich nur die direkte Nutzung des Feuers als Licht und Wärmespender vorherrschte, geht mit der Industrialisierung im 18. Jahrhundert ein zunehmend größerer Bedarf an Energie für die Erschließung von Rohstoffen und Herstellung von Gütern einher. Während Verbesserungen bei der Effizienz der Energiewandlung mit Hilfe von Dampfmaschinen bis dato nur durch praktische Erfahrungen erzielt wurden, lieferte Nicolas Leonard Sadi Carnot mit seinen theoretischen Untersuchungen wissenschaftliche Formulierungen, die prinzipiell als erste Fassung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik angesehen werden können, wie in der deutschen Übersetzung seiner Schriften von Wilhelm Ostwald angemerkt wird[20, 97]. Ein weiterer entscheidender Aspekt zu dieser Thematik findet sich in den Schriften des deutschen Arztes Julius Robert Mayer, der die Idee äußerte, dass Energie weder erschaffen noch vernichtet sondern nur umgewandelt werden kann. Damit verbunden formulierte er die Behauptung, dass Fallkraft, Bewegung, Wärme, Licht, Elektrizität und chemische Differenz der Ponderabilien ein und dasselbe Objekt in verschiedenen Erscheinungsformen sind[123]. Hierin findet sich prinzipiell die Formulierung des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik. Erste Ansätze zu deren rechnerischer Erfassung, die in die Formulierungen der heutigen Thermodynamik mit den Begriffen der Entropie, Exergie und Anergie münden, liefern Emile Clapeyron[24] und später der Physiker Clausius. Diese Aspekte und Formulierungen der Thermodynamik liefern das Rüstzeug, die Effizienz von kraftwerkstechnischen Anlagen im Sinne des Wirkungsgrades zu steigern, was auch einen möglichst wirtschaftlichen, kostengünstigen Betrieb einschließt und damit über lange Zeit den Hauptgesichtspunkt bei der Optimierung der Energiewandlung dargestellt hat.

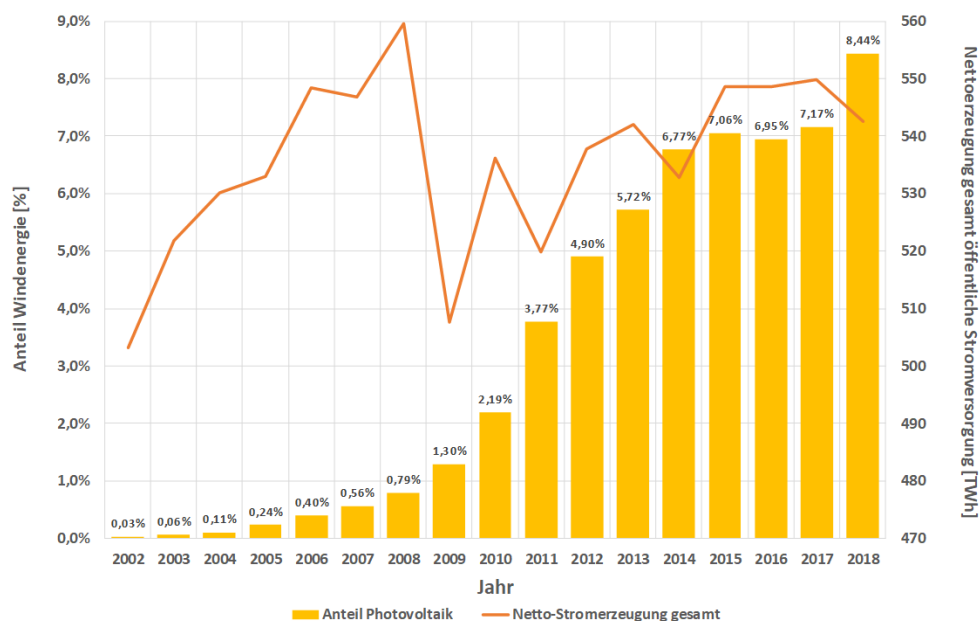
Die in den letzten Jahren immer mehr in den Vordergrund gerückte Diskussion über den anthropogenen Klimawandel führt hier jedoch zu einer Verschiebung der Prioritäten, beziehungsweise zu einem Paradigmenwechsel. Speziell der deutsche Energiesektor hat sich im Laufe der letzten zwei Dekaden massiv verändert.

Ein erster wesentlicher Schritt zu diesem Wandel war die Verabschiedung des Erneuerbare Energien Gesetz (EEG) im Jahre 2000 und dessen letzte Novellierung 2014[18]. Dieses Gesetz verfolgt den Zweck, den Einsatz fossiler Energieträger zu reduzieren, und die Technologien zur Stromerzeugung aus erneuerbaren Energiequellen zu fördern. Darüber hinaus verfolgt es das Ziel, den Anteil an den erneuerbaren Energien an der Stromerzeugung bis 2050 auf mindestens 80% zu erhöhen. Zur Erreichung dieser Zielsetzung garantiert das Gesetz für Strom aus regenerativen Quellen eine feste Einspeisevergütung für eine Dauer von 20 Jahren. Weil aufgrund der geomorphologischen Gegebenheiten die Möglichkeiten zur Installation von Wasserkraftwerken in Deutschland begrenzt sind, wächst vor allem die Einspeisung aus Windkraft- und Photovoltaikanlagen. So betrug die installierte elektrische Leistung im Jahr 2014 in Deutschland  $38.3\text{GW}_{el}$  aus Photovoltaikanlagen und  $40.4\text{GW}_{el}$  Windkraft mit 95% vornehmlich aus Onshore-Anlagen. Im Jahr 2018 sind diese Anteile auf  $45.6\text{GW}_{el}$  und  $59.2\text{GW}_{el}$  für die Bereitstellung von Windenergie angewachsen, wobei der Onshore-Anteil auf 89 % gesunken ist[15]. Die beiden nachfolgenden Balkendiagramme verdeutlichen diese Entwicklung.





**Abbildung 1.1.:** Jährlicher Anteil Windenergie an der öffentlichen Netto-Stromerzeugung in Deutschland[1]



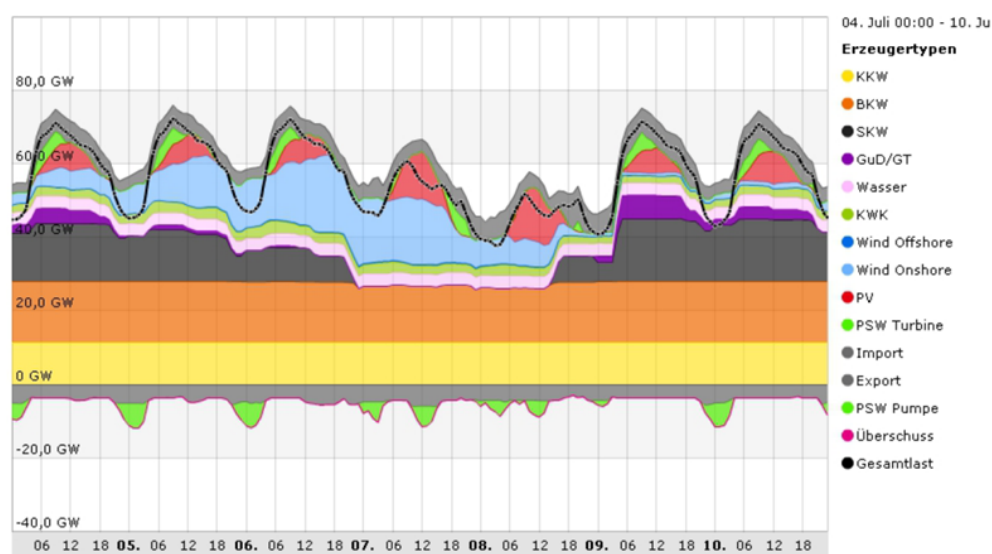
**Abbildung 1.2.:** Jährlicher Anteil Solarenergie an der öffentlichen Netto-Stromerzeugung in Deutschland[1]

Weiteren Vorschub erhält diese Entwicklung dadurch, dass sich Deutschland in dem auf der 21. UN-Klimakonferenz im Dezember 2015 ausgehandelten und am 04.11.2016 in Kraft getretenen Pariser Abkommen als einer von 195 Staaten rechtlich verbindlich dazu verpflichtet, „den Anstieg der globalen Mitteltemperatur deutlich unter 2°C im Vergleich zur vorindustriellen Zeit zu halten und Anstrengungen zur Begrenzung des Temperaturanstieges auf 1.5°C im Vergleich zur vorindustriellen Zeit zu unternehmen“[128]. Seit Beginn der industriellen Revolution ist der Anstieg der globalen Mitteltemperatur mit +1.08°C bereits deutlich vorangeschritten (Stand 2015[53]). Hieraus leitet sich die weitere Forderung ab, insbesondere die Nettoemissionen des Treibhausgases Kohlendioxid in der zweiten Hälfte dieses Jahrhunderts auf Null zurückzuführen.

Diese beiden Forderungen begründen eine fundamentale Neuorientierung des bestehenden Energieversorgungssystems

weg von den fossilen Brennstoffen hin zu den regenerativen Energieträgern mit den entsprechenden weitreichenden Konsequenzen für die Struktur und den Betrieb der Energie-Versorgungslandschaft. Die Realisierung der dazu erforderlichen Energietransition bewegt sich bis dato in folgendem fundamentalen Spannungsfeld. Die Volatilität der erneuerbaren Stromeinspeisung bedingt eine stark ansteigende Anzahl kurzfristiger Eingriffe seitens der Netzbetreiber einerseits durch Redispatch konventioneller Kraftwerke, andererseits durch Abregelung der Stromeinspeisung aus regenerativen Erzeugerquellen[129]. Ein Problemfeld ergibt sich dabei aus der Tatsache, dass Anlagen, die abhängig von den Windverhältnissen und der Sonneneinstrahlung sind, eine im Verhältnis zu ihrer nominalen Kapazität deutlich geringere gesicherte Leistung vorhalten können, respektive im direkten Vergleich mit konventionellen Anlagen. Das zieht die Konsequenz nach sich, entsprechende Reserven konventioneller Art bereithalten zu müssen, was mit Zusatzkosten und Effizienzeinbußen verbunden ist. Somit ist die Wirtschaftlichkeit des Energiesystems ungünstig beeinflusst und verursacht erhöhte Netzentgelte, welche zusammen mit den Subventionen nach dem EEG zu Steigerungen beim Strompreis führen.

Der Blick auf die heutige Situation in die Landschaft der Energiegewinnung zeichnet gegenüber der Vergangenheit ein komplett verändertes Bild. Mit der zunehmenden Nutzung erneuerbarer Energiequellen, respektive von Wind- und Sonnenenergie erfährt der komplette Sektor der Energiewandlung eine zunehmende Dynamisierung.



**Abbildung 1.3.: Stromproduktion Sommerwoche 2011[43]**

Der Blick auf die nicht mehr in allzu großer Ferne liegende Prognose für 2020 zeigt sehr deutlich, dass Lastwechsel sowie An- und Abfahrvorgänge wesentlich häufiger und mit größeren Gradienten auftreten als 9 Jahre zuvor. Während früher die Abdeckung der Spitzenlasten einigen wenigen Blöcken vorbehalten war, findet sich hier nun ein viel breiter aufgefächertes Anforderungsspektrum auch an Kraftwerke, die einst nur zur Grundlastabdeckung errichtet wurden, wie die eingekreisten Passagen in Abbildung 1.4. mit den Ziffern 1 und 2 bzw. 3 belegen, und zusätzlich kann eine Überschusssituation (Kreismarkierung mit Ziffer 4) auftreten[43].

Die Konsequenzen dieser Veränderungen spannen einen weiten Bogen, der auch unmittelbar von der Realität in die sie beschreibenden Modelle und theoretischen Betrachtungen hineinreicht. Naturwissenschaftliche Forschung und speziell die ingenieurwissenschaftlichen Disziplinen profitieren in hohem Maße von der Abbildung der beobachtbaren Realität durch Modelle, die prädiktive Aussagen über das Verhalten von physikalischen Systemen ermöglichen. Die Formulierung und Erstellung von Berechnungsalgorithmen für solche Modelle, basierend auf mathematischen Grundlagen und Gleichungssystemen, die ihrerseits wiederum aus physikalischen Gesetzen, Experiment und Empirie abgeleitet sind, bilden in diesem Zusammenhang das Kerngerüst einer Modellierung. Unter Verwendung numerischer Verfahren wird eine Berechnung, bzw. Implementierung der Algorithmen auf Computern möglich und stellt damit ein effizientes und für die moderne, technisch wissenschaftliche Forschungsarbeit unerlässliches Werkzeug zur Simulation des Realverhaltens bereit. Mit den derzeitigen Rechnerleistungen und Speicherkapazitäten können diese Betrachtungen einerseits sehr kostengünstig durchgeführt werden, andererseits bieten sich hier ebenso schnelle wie komfortable Möglichkeiten zu Konzeptstudien und Parametervariationen ohne experimentellen Aufwand. Sowohl Änderungen an der Modelltopologie als auch Veränderungen von Randbedingungen sind auswertbar ohne die realen Betriebsabläufe auf der Anlage kostenintensiv stören zu müssen.

Der angesprochene Wandel in der Energiegewinnung zieht auch hier eine veränderte Betrachtungsweise nach sich. Da

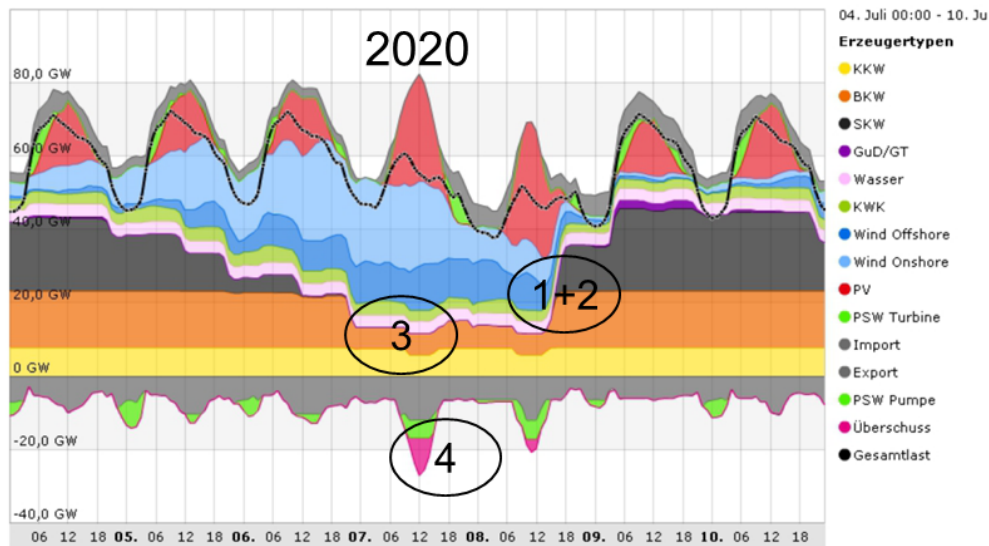


Abbildung 1.4.: Stromproduktion Sommerwoche 2020[43]

hier die Vergangenheit weitestgehend von stationären Zuständen geprägt war, genügte es, sich im Rahmen entsprechender Berechnungen und Simulationen ebenfalls auf diese Betriebsperioden zu konzentrieren und die dynamisch dominierten Zustandsänderungen unberücksichtigt zu lassen. Zunächst gab es im Rahmen der computergestützten Systemsimulation nur eine geringe, zumeist im rein akademischen Bereich angesiedelte Nachfrage, das transiente Verhalten von Kraftwerksblöcken und größeren Anlagen zur Stromerzeugung abzubilden. Dynamische Berechnungen waren mit aufwendigen CFD-Simulationen verbunden und beschränkten sich zumeist auf die Analyse einzelner Komponenten. Größere Kreisprozess-Modelle mit zeitlich abhängigen Größen und Implementierungen dieser Art entstanden aus dem Vorhaben, solarthermische Kraftwerke zu simulieren, da diese bereits, bedingt durch Sonnentagesstand und Jahreszeit nicht mehr rein stationär zu erfassen sind. Die großen Zeitskalen erlauben hierbei noch eine quasistationäre Betrachtungsweise. Die zeitabhängigen Terme in den bestimmenden Gleichungssystemen können hier noch unberücksichtigt bleiben[106]. Andererseits kam Interesse an dynamischer Simulation von Kombikraftwerken erstmals in den frühen 1990er Jahren auf, bedingt durch die Liberalisierung der Strommärkte in den asiatisch-pazifischen Ländern[86]. Die häufigeren Lastwechsel und deren zunehmende Dynamik auf dem Kraftwerkssektor können gemäß der allgemeinen Entwicklung künftig in der Modellierung und Simulation nicht mehr außer Acht gelassen werden und erfordern die Anpassung und Formulierung entsprechender Lösungskonzepte im Bereich der Software und deren Entwicklung.

Ein probates Mittel hierzu stellt die Erweiterung von Softwarepaketen dar, die bislang nur zur Berechnung stationärer Zustände genutzt werden konnten. Sie zeichnen sich oftmals durch eine über viele Jahre bestehende Entwicklung, eine Vielzahl von Anwendungsmöglichkeiten und Komponenten sowie große Robustheit in den Berechnungsalgorithmen aus. In der Regel geht damit auch eine große Anzahl an Referenzen und ein entsprechender Kundenstamm einher. Mit Hilfe eines Newton-basierten Löser eines kommerziell verfügbaren Softwarepaketes soll durch Implementierung dynamischer Komponenten und Algorithmen die transiente Betrachtung komplexerer Systeme und Anlagen ermöglicht werden.

Hieraus ergibt sich unmittelbar die Zielsetzung für die vorliegende Arbeit. Nach einer Status Quo Analyse wird mit Hilfe ausgewählter numerischer Verfahren einerseits das Einsatzspektrum vorhandener Komponenten in Richtung Dynamik erweitert, andererseits dienen neue, zusätzlich erstellte Bauteile dazu, die durch den geschilderten Wandel der Stromerzeugerlandschaft aufgetretenen Fragestellungen mit Hilfe der Systemsimulationen zu beantworten.

---

## 2 Ausgangssituation und Stand des Wissens

---

Moderne Kraftwerke werden ausgelegt für das Erreichen maximaler Effizienz, geringer Schadstoffemissionen und hohe Flexibilität in Bezug auf Lastwechsel sowie das An- und Abfahren. Programme, die der thermodynamischen Prozessrechnung dienen, sind somit ein wichtiges Instrument sowohl für die Planung von Kraftanlagen, als auch zur Simulation des Betriebsverhaltens bei Bestandsanlagen. Die gestiegenen Anforderungen im Sinne möglichst präziser Auslegung ebenso wie Nachrechnung und Optimierung von Kraftwerksprozessen führten in den vergangenen Jahrzehnten zur Entwicklung vielfältiger numerischer Berechnungsverfahren und Lösungsmethoden[52, 62, 101]. Grundsätzlich begleitet die Numerik als Teilgebiet die Mathematik bereits seit der Antike, wie sich zum Beispiel an dokumentierten Verfahren zur iterativen Berechnung von Quadratwurzeln belegen lässt[115]. Mit der raschen Entwicklung der Computerleistungsfähigkeit im 20. Jahrhundert können numerische Berechnungsverfahren zunehmend umfangreicher und umfassender ausgeführt werden. Hiervon profitiert neben der Strömungs- und Strukturmechanik auch die Thermodynamik in großem Maße, um nur wenige Beispiele zu nennen. Entsprechende Software-Tools sind heute aus den Ingenieurwissenschaften nicht mehr wegzudenken und finden daher bereits Eingang in den Lehrbetrieb[140]. Im folgenden findet sich eine Übersicht zur Darlegung des Potenzials der Numerik als mächtiges Hilfsmittel zur Berechnung thermodynamischer Kreisprozesse. Solange man in der Lage ist, explizite Gleichungen oder nicht zu hochgradige Polynome (in der Regel vom Grade kleiner drei) für eine Problemstellung angeben zu können, kann prinzipiell auf eine numerische Lösungsfindung verzichtet werden. Bei thermodynamischen Fragestellungen sind diese beiden Randbedingungen oftmals nicht erfüllt, was die Forderung nach numerischen Lösungsansätzen begründet. Darüber hinaus wird bei praktischen Anwendungen eine endliche Genauigkeit verlangt. Damit kann ein numerisches Verfahren trotz Existenz eines direkten Lösungsverfahrens sinnvoller sein, weil es in kürzerer Zeit hinreichende Genauigkeit liefert. Die Auslegung und Optimierung von Energieanlagen beginnt üblicherweise mit einer stationären Modellierung unter der Annahme eines kontinuierlichen Betriebes unter Nennlast. Hierzu müssen noch keinerlei leit- und regelungstechnische Kontrollstrukturen implementiert werden, was zur Folge hat, dass diese Art der Modellierung keine Informationen über transiente Vorgänge liefern kann. Der entscheidende, weiterführende Schritt hierzu ist die Prozessanalyse mit dynamischen Modellen, um unter anderem auch Erkenntnisse über die Lebenszeiterwartung dickwandiger Bauteile erhalten zu können. Man benötigt einerseits detaillierte Informationen über den Prozess, andererseits erfordert die Komplexität der Bestimmungsgleichungen und deren numerische Lösungsmethoden einen deutlich größeren Programmieraufwand mit entsprechend längeren Entwicklungszeiten.

---

### 2.1 Prozesssimulation stationär

---

Das erste Simulationsprogramm für thermische Kraftwerke datiert zurück in die 1960er Jahre. In den frühen 70er Jahren wurde eine Methode entwickelt, einen Wasser-/Dampfkreislauf numerisch zu berechnen, wobei einzelne, individuelle Komponenten, verbunden mit Leitungen zum Einsatz kamen und diese schematisiert in für Computer zur Berechnung geeigneten Programmcode umgewandelt werden konnten. Diese Abbildungsmethode ist bis heute weitgehend erhalten geblieben. So entwickelte Stamatelopoulos[120] im Jahr 1995 einen in-house code zur stationären Berechnung von thermischen Kraftwerken. Mittlerweile ist eine große Anzahl von in-house und kommerziellen Tools im Einsatz. Nachfolgende Tabelle gibt eine Übersicht einiger Softwarepakete zur stationären Simulation[7]:

**Tabelle 2.1.: Übersicht stationäre Simulationsprogramme**

Pro-gramm/Software	Entwickler	Arbeiten und Dissertationen <sup>1</sup>
EBSILON	STEAG kommerziell verfügbar	
GATECYCLE	GE Energy kommerziell verfügbar	

---

<sup>1</sup> Auf den Internetseiten der Anbieter und Institute finden sich Referenzen für Anwendungen, an dieser Stelle sind daher nur Dissertationen mit der Thematik Energiegewinnung und Kraftwerkstechnik vermerkt.

IPSEpro	SimTech Simulation kommerziell verfügbar	[48]
KRAWAL	Siemens In-house code	[117]
KPRO	Fichtner IT Consulting AG kommerziell verfügbar	[33]
NOWA	TU Wien Institut für Energietechnik und Thermodynamik In-house code	[103]
PEPSE, PMAX, etc.	SCIENTECH, Inc. kommerziell verfügbar	
PROATES	POWERGEN, Power Technology In-house code	
PROSIM	Endat Ltd kommerziell verfügbar	
Thermoflow (GT PRO, GT MASTER, STEAM PRO, THERMOFLEX, etc.)	Thermoflow  kommerziell verfügbar	
VALI	Belsim S.A. kommerziell verfügbar	

Den mathematischen Hintergrund der vorgestellten Programme bilden die Bilanzgleichungen für die Massen, den Impuls, Spezies und die Energieerhaltung. Im stationären Falle können in den Erhaltungsgleichungen alle zeitabhängigen Terme zu Null gesetzt und damit vernachlässigt werden. Somit ergeben sich die folgende Möglichkeiten der Ansätze:

- Nulldimensionale Modellierungen zeichnen sich dadurch aus, dass keinerlei örtlich aufgelöste Betrachtung der Bilanzgrößen stattfindet. Die Modellierung von thermischen Kreisprozessen mit den Komponenten Wärmetauscher, Pumpen, Kondensatoren und Turbinen, etc. beschränkt sich auf ein algebraisches Gleichungssystem mit Ein- und Ausgabewerten.
- Eindimensionale Modellierungen enthalten eine Diskretisierung der Komponenten zwischen Eintritt und Austritt, in der Regel erfolgt hier die Zerlegung der Bilanzräume entlang der Strömungswege der (Arbeits-)Fluide. Die Berechnungen finden auf einem numerischen Gitter statt, welches die Bestimmung der lokalen Zustandsgrößen Temperatur, Enthalpie und Druck erlaubt.
- Zwei- und dreidimensionale Modellierungen erfordern eine entsprechende Erweiterung der räumlichen Diskretisierung um die zusätzlichen Koordinaten. Sie weisen einen höheren Detaillierungsgrad auf, fordern aber mehr Rechenzeit bei der Simulation von Kraftwerksprozessen sowie bei allen anderen Anwendungen.

Ein weiteres Merkmal und Unterschied in der Modellierung bilden die fundamentalen physikalischen Modelle, welche zur Abbildung der thermo-hydraulischen Verhältnisse Verwendung finden. Hier kommen sowohl konservative als auch nicht konservative Ansätze für kompressible und inkompressible Strömungen zum Einsatz. Für die meisten Fälle, in welchen das Verhalten eines Fluids als ein Kontinuum betrachtet werden kann, genügen Einphasen-Modelle, im einfachsten Fall mit den partiellen Differentialgleichungen für Erhaltung von Masse, Impuls und Energie. Sofern zwei Phasen auftreten, werden diese als ideal gemischt und thermodynamisch im Gleichgewicht befindlich angenommen mit gleicher Geschwindigkeit, Druck und Temperatur. Eine komplexere Betrachtungsweise bilden Modelle, bei denen die Phasen getrennt mit jeweils einem eigenen Satz an Bestimmungsgleichungen formuliert werden. Hier sind nun alle möglichen Koppelungen denk- und formulierbar, so können die Phasen beispielsweise als in mechanischem Gleichgewicht stehend angenommen werden, was nicht zwangsläufig für das thermodynamische und chemische Potenzial gelten muss. Weitere Ausführungen hierzu finden sich übersichtsweise in der Literatur [7, 35] und weiterführend bei Kleinstreuer[68] und Whalley[139].

---

### 2.1.1 Numerik zur Lösung der Gleichungssysteme thermodynamischer Kreisprozesse

---

Die Systematik im Aufbau einer in Abschnitt 2.1 angesprochenen Simulation stellt sich wie folgt dar. In jeder Schaltung, die auf diese Weise simuliert wird, gibt es zwei Arten von Elementen:

- Bauteile
- Leitungen

In der erstgenannten Gruppe sind die Gleichungen hinterlegt, welche das physikalische Verhalten und je nach Detaillierungsgrad, auch darüber hinausgehend chemische Reaktionen (Feuerungen, Reaktoren, etc. ) beschreiben. Die Leitungen haben den Zweck, die Informationen von Bauteil zu Bauteil weiterzuleiten und somit eine Koppelung dieser untereinander zu etablieren.

Um ein System thermodynamisch vollständig und eindeutig mit Hilfe des oben genannten Drei-Gleichungsmodells beschreiben zu können, müssen die Leitungen in folgenden Eigenschaften definiert sein:

- Massenstrom  $\dot{m}$
- Enthalpie  $h$
- Druck  $p$
- Stoffzusammensetzung, bzw. Stoffanteile  $\sum x_i$   
(wird für die hier angestellten Überlegungen nicht mit in Betracht gezogen)

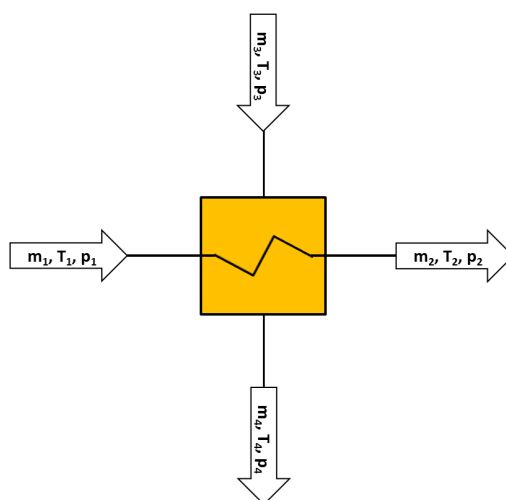
Die Berechnungsalgorithmen der Bauteile liefern jeweils einen funktionalen Zusammenhang dieser Größen zwischen den ein- und austretenden Leitungen. Ein Kraftwerkskreislaufschema enthält damit eine Anzahl  $n$  verbindender Leitungen zwischen den Bauteilen. Die Simulation findet ihren Abschluss, sobald in Übereinstimmung mit den Berechnungsvorschriften der Bauteile diese Variablen jeder Leitung  $i$  bestimmt sind. Daraus folgt die Erfordernis, ein Gleichungssystem mit  $N = n \cdot 3$  Unbekannten zu bestimmen. Die Zahl der Bestimmungsgleichungen würde sich entsprechend erhöhen, wenn Systeme betrachtet werden, in welchen chemische Reaktionen auftreten. Zur Verdeutlichung des Prinzips einer numerischen Lösungsfindung wird ein Bauteil ohne Stoffumwandlungen behandelt.

---

### 2.1.2 Beispiel Wärmetauscher

---

Am Beispiel eines Wärmetauschers soll die Vorgangsweise dieses Simulations-Verfahren kurz erläutert werden. Nachfolgende Abbildung zeigt die zu bilanzierenden Fluidströme:



**Abbildung 2.1.:** Wärmetauscher mit den Bilanzgrößen

Der thermodynamische Zustand eines Fluids bestehend aus einer Komponente wird über die drei vorgenannten Basisgrößen eindeutig festgelegt. Die Verwendung der Enthalpie als extensive Größe besitzt den Vorteil, dass sie bei idealen



Gasen lediglich von der Temperatur abhängt (hilfreich z.B. bei Formulierung adiabater Vorgänge  $H1 = H2$ , aber nicht  $U1 = U2$ ). Die Verwendung der Temperatur wäre ebenfalls denkbar, führt beim Phasenwechsel aber nicht zu einer eindeutigen Festlegung des Zustandes (z.B. sind Verdampfungsvorgänge im Allgemeinen isotherme Prozesse und es gilt  $T_{const}$ , die Enthalpie nimmt aber dennoch zu als Funktion des Dampfanteils  $h := f(X_{Dampf})$ ). Aus der Definition der Enthalpie über  $\int c_p(T) dT$ , mit  $c_p$  als polynomische Funktion der Temperatur (in der Regel vierten Grades) ergibt sich bereits die Notwendigkeit einer iterativen Lösungsfindung[11]. Da hier nur in ausgewählten Fällen analytische Lösungen der Gleichungen darstellbar sind, bieten numerische Verfahren deutliche Vorteile, bzw. grundsätzlich erst die Möglichkeit zur Berechnung. Für die oben genannten Basisgrößen ergibt sich bei deren Bilanzierung unter Zuhilfenahme der Erhaltungssätze folgendes Gleichungssystem:

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = 0 \quad (2.1)$$

$$\dot{m}_3 - \dot{m}_4 = 0 \quad (2.2)$$

$$p_1 - p_2 = dp_{12} \quad (2.3)$$

$$p_3 - p_4 = dp_{34} \quad (2.4)$$

$$\dot{m}_{12} \cdot (h_1 - h_2) = kA\Delta\vartheta_{lm} \quad (2.5)$$

$$\dot{m}_{34} \cdot (h_3 - h_4) = kA\Delta\vartheta_{lm} \quad (2.6)$$

Während die Gleichungen (2.1) bis (2.4) keine besonderen Anforderungen an die Berechnungsalgorithmik stellen, ergibt sich für das System von (2.6) und (2.5) ein anderes Bild, weil der in letzterer Gleichung vorkommende Ausdruck  $\Delta\vartheta_{lm} = \frac{\Delta t_{upper} - \Delta t_{lower}}{\ln(\Delta t_{upper}/\Delta t_{lower})}$  die logarithmische Temperaturdifferenz<sup>2</sup> über den Wärmetauscher beschreibt[116]. Da für hinreichend exakte Berechnungen der Enthalpien die oben beschriebene Temperaturabhängigkeit der  $c_p$ -Werte benötigt wird, ergeben sich einerseits variable Koeffizienten, andererseits zusätzlich eine veränderliche Rechthandseite<sup>3</sup>. Das Gleichungssystem ist folglich nichtlinear und inhomogen. Darin begründet sich die Notwendigkeit iterativer Lösungsansätze, die nachfolgend in Kapitel 2.1.3 kurz vorgestellt werden.

### 2.1.3 Übersicht numerische Verfahren

Für den Fall, dass das aufgestellte Gleichungssystem linear  $\vec{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}$  ist, können beispielsweise folgende Lösungsalgorithmen angewendet werden:

- Gauß-Algorithmus mit Triangulierung der Matrix  $\vec{A}$ [98]
- Gauß-Seidel-Verfahren, ein iteratives Einzelschrittverfahren mit geschätztem Lösungsvektor[16]
- TDMA-Algorithmus zur Lösung Tri-Diagonaler Matrizen (siehe hierzu auch Abschnitt 4.1.1)[104]
- Line-By-Line-Algorithmus, eine Kombination aus dem TDMA-Algorithmus und dem Gauß-Seidel-Verfahren[99]

Wie sich jedoch bereits an dem vorangegangenen Beispiel eines Wärmetauschers zeigt, ist bei der Berechnung von thermodynamischen Kreisprozessen in der Regel von mehrdimensionalen, nicht linearen Gleichungssystemen auszugehen. Enthalten diese Gleichungen transzendente Funktionen, so ist das Auffinden von geschlossenen Lösungen auf einfache Art und Weise nicht möglich. Zur Lösung derartiger Systeme müssen Annahmen und Startwerte gesetzt und diese mit Hilfe iterativer Methoden variiert werden bis Resultate mit entsprechender Genauigkeit vorliegen. Unter der Vielzahl von infrage kommenden Berechnungsalgorithmen kann es zu großen Unterschieden bezüglich der Konvergenz kommen[70, 73], wobei die problematischste Situation das Oszillieren um den Zielwert darstellt, ohne dass dieser erreicht wird. Grundsätzlich können die Gleichungssysteme so formuliert werden, dass die gesuchte Lösung mit dem Auffinden von Nullstellen verbunden ist. Daher ähneln die Lösungsalgorithmen den aus der Nullstellensuche in der Numerik bekannten Verfahren[12]. Unter den gängigsten Methoden finden sich direkte Einsetzverfahren, Intervallhalbierung, Sekantenverfahren wie die Algorithmen nach Wegstein[137] oder Broyden[17], das Newton-, bzw. Newton-Raphson-Verfahren oder heuristische Ansätze. Das jeweils günstigste Verfahren lässt sich nicht von vorne herein festlegen. Das Newton-Raphson-Verfahren zeichnet sich sehr positiv durch seine quadratische Konvergenzordnung aus. Darüber hinaus werden lediglich die ersten Ableitungen der eingesetzten Funktionen benötigt, welche mit verhältnismäßig geringem Aufwand numerisch berechnet werden können, falls analytische Lösungen nicht verfügbar sind. Außerdem sind die Newton-basierten Gleichungslöser vieler Softwarepakete meist seit geraumer Zeit in der Entwicklung und im praktischen Einsatz und verfügen über eine entsprechende numerische Robustheit im Sinne des Konvergenzverhaltens.

<sup>2</sup> Die mit *upper* und *lower* indizierten Temperaturdifferenzen bezeichnen die Grädigkeiten jeweils am Ein- und Austritt des Wärmetauschers

<sup>3</sup> Gemeint ist in diesem Fall der Ausdruck, der rechts vom Gleichheitszeichen steht

---

### 2.1.4 Fehlerabschätzung

---

Ein für alle Verfahren gültiges und damit methodenunabhängiges Kriterium ist die Fehlerabschätzung, welche Aussagen zur erreichbaren Genauigkeit zulässt. Damit ergibt sich auch unmittelbar die Brauchbarkeit des gewählten Näherungsverfahrens, welches die vorgegebene Fehlerschranke unterschreiten muss. Diese soll hier kurz umrissen werden. Für den einfachen Funktionswert  $x^*$  der Gleichung  $f_x$  folgt unabhängig von der Iterationsmethode nach dem  $n$ -ten Näherungswert  $x_i$  aus dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung:

$$f_{x_i} = (x_i - x^*) \cdot f'_\xi$$

wobei

$$\xi \in [x_i, x^*] \quad (2.7)$$

folglich gilt:

$$|x_i - x^*| \leq \frac{f_{x_i}}{M}$$

mit

$$M = f'_x, x \in [x_i, x^*] \quad (2.8)$$

Bezeichnet  $f_{x_i}^*$  den Funktionswert, welcher mit Rundungsfehlern  $\delta$  behaftet ist, mit der Ungleichung  $f_{x_i}^* \leq f_{x_i} + \delta$ , so ist der beste erreichbare Wert für  $x_i$  so beschaffen, dass  $f_{x_i}^* = 0$  gilt. Damit erhält man  $|f_{x_i}| \leq \delta$  und mit (2.8) ergibt sich:

$$|x_i - x^*| \leq \frac{\delta}{M} \approx \frac{\delta}{|f'_{x^*}|} = \varepsilon_G \quad (2.9)$$

für die Grenzgenauigkeit  $\varepsilon_G$ , die durch die Funktion und die Stellenzahl der verwendeten Variable bestimmt ist. Innerhalb des Intervalls ist  $f_{x_i}^* = 0$ , und die folgenden Iterationswerte sind mit schwankenden Rundungsfehlern behaftet. Damit erhält man das Abbruchkriterium für die Iteration:

$$|x_{i+1} - x_i| \geq |x_i - x_{i-1}|$$

und

$$|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon \quad (2.10)$$

Hieraus resultiert die Akzeptanz von  $x_i$  als gesuchten Funktionswert  $x^*$ . Eine weiterführende Beschreibung dieses Abbruchkriteriums findet sich in Kapitel 7 in Abschnitt 7.2.2. Als Alternative hierzu kann der gefundene Lösungsvektor in die Funktion eingesetzt und auf die Erfüllung eines Abbruchkriterium hin überprüft werden:

$$|f(x_i)| < \varepsilon \quad (2.11)$$

---

### 2.1.5 Newton-Verfahren

---

Das Newton-Verfahren als Beispiel zeigt sehr gute Eigenschaften für diese Anwendung sowohl in Bezug auf das Konvergenzverhalten als auch in puncto Konvergenzgeschwindigkeit. Aufgrund der in der Regel quadratischen Konvergenzordnung können mit wenig Rechenaufwand sehr schnell Nullstellen ermittelt werden.

Es gilt jedoch zu beachten, dass es sich um ein sogenanntes lokal konvergentes Verfahren handelt. Konvergenz der in der Newton-Iteration erzeugten Folge zu einer Nullstelle ist also nur garantiert, wenn der Startwert, d. h. das 0-te Glied der Folge, schon „ausreichend nahe“ an der Nullstelle liegt. Ist der Startwert zu weit entfernt, ist das Konvergenzverhalten nicht festgelegt, das heißt, es ist sowohl eine Divergenz der Folge möglich als auch eine Oszillation (bei der sich endlich viele Funktionswerte abwechseln) oder eine Konvergenz gegen eine andere Nullstelle der betrachteten Funktion. Die Nullstelle des Funktionswertes  $f(x) := 0$  an der Stelle  $x$  wird mit Hilfe der Nullstelle der Funktions-Tangente angenähert, bis ein gegebenes Abbruchkriterium erreicht ist. Für stetig differenzierbare Funktionen ergibt sich die Iterationsvorschrift, hier zunächst in eindimensionaler Darstellung:

$$x_{i+1} := x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (2.12)$$



Die Eingabe der Gleichungen für das Newton-Verfahren wird folgendermaßen vorgenommen. Differenzierbare, stetige Funktionen lassen sich mit Hilfe von Taylor-Reihen-Entwicklungen linearisieren, somit können analytische Ausdrücke und Funktionswerte mit einer in der Regel sehr guten Näherung berechnet werden. Für die meisten Anwendungen genügt eine Annäherung durch die Tangenten, womit die Reihenentwicklung nach den ersten Ableitungen abgebrochen werden kann. Nachfolgende Formel zeigt die Entwicklung einer Funktion  $f(x)$  mit der Taylor-Reihe 1. Ordnung an der Entwicklungsstelle  $a$ :

$$T_1 f(x; a) = f(a) + f'(a) \cdot (x - a) \quad (2.13)$$

Eine Erweiterung ins Mehrdimensionale für Funktionen mit mehreren Veränderlichen ist ebenfalls problemlos möglich, die skalaren Variablen werden entsprechend durch Vektoren ersetzt und ein Aufsummieren über alle partiellen Ableitungen durchgeführt.

$$T_1 f(\vec{x}; a) = f(a) + \sum_i \frac{\partial f(a)}{\partial x_i} \cdot (x_i - a_i) \quad (2.14)$$

Das in Abschnitt 2.1.1 angesprochene Gleichungssystem für N-Variablen stellt sich wie folgt dar:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\dots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned}$$

Dieses derart formulierte Gleichungssystem ist in der Regel nichtlinear, weil variable Koeffizienten vorkommen, wie im Beispiel des Wärmetauschers in Kapitel 2.1.2. Die Massenströme  $\dot{m}$  treten auch in den Bestimmungsgleichungen für die Enthalpien auf. Ebenso können veränderliche Rechthandseiten vorliegen. Am gezeigten Fall ist das die mittlere logarithmische Temperaturdifferenz mit den Temperaturen als Funktion  $f(p, h)$  aller mit dem Wärmetauscher verbundenen Leitungen. Das zieht die Notwendigkeit einer iterativen Lösung nach sich. Bedient man sich der Vektorschreibweise für das System, so erhält man  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$  mit  $\mathbf{x}$  als Vektor aller Basisvariablen  $x_i (i = 1, \dots, N)$  und  $\mathbf{F}$  als Vektor aller Funktionen  $f_i$ . In der Nähe der Lösung  $\mathbf{x}$  kann jede Funktion  $f_i$  gemäß (2.14) entwickelt werden:

$$f(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \delta x_j + O(\delta x^2) \quad (2.15)$$

Bei der Matrix, welche aus dem Aufsummieren der partiellen Ableitungen entsteht, handelt es sich um die Jacobimatrix  $\mathbf{J}$ , deren Elemente  $J_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$  lauten. Diese Formulierungen können in Vektorschreibweise zusammengefasst werden:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}) \delta \mathbf{x} + O(\delta x^2) \quad (2.16)$$

Diese Gleichung kann unter Vernachlässigung der Terme mit den quadratischen Abweichungen ( $\delta x^2$ ) und der Forderung  $\mathbf{F}(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = \mathbf{0}$  für  $\delta x \rightarrow 0$  überführt werden in  $\mathbf{J}(\mathbf{x}) \delta \mathbf{x} = -\mathbf{F}(\mathbf{x})$ . Die auf diese Weise bestimmten Werte  $\delta \mathbf{x}$  liefern die neue Näherung für den eigentlichen Lösungsvektor:

$$\mathbf{x}_{k+1} := \mathbf{x}_k + \delta \mathbf{x} \quad (2.17)$$

Die resultierenden Werte  $\mathbf{x}_{k+1}$  finden zusammen mit den vorangegangenen Lösungen  $\mathbf{x}_k$  erneut Eingang in das Gleichungssystem. Das Verfahren wird in einer äußeren Iterationsschleife solange fortgesetzt, bis eine vordefinierte Mindestgenauigkeit erreicht wird. Ein Relaxationsfaktor  $\omega$  kann zur Beschleunigung der Konvergenz führen[61, 142]:

$$\mathbf{x}_{k+1} := \mathbf{x}_k + \omega \delta \mathbf{x} \quad (2.18)$$

---

### 2.1.6 Varianten des Newton-Verfahrens

---

Wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert, muss im Mehrdimensionalen die Jacobimatrix zum Auffinden der Nullstellen gebildet werden. Diese beinhaltet alle partiellen Ableitungen der zu berechnenden Funktionen:

$$F'(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Mit (2.17) ergibt sich somit folgende Form der Iterationsvorschrift:

$$x_{k+1} := x_k - F'(x_k)^{-1} \cdot F(x_k) \quad (2.20)$$

In der Praxis wird die Inverse der Jacobimatrix  $F'(x_k)^{-1}$  in den aller seltensten Fällen explizit gebildet, da hierfür  $n$  lineare Gleichungssysteme der Dimension  $n \times n$  gelöst werden müssten. Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, die in dieser Matrix vorkommenden partiellen Ableitungen durch numerische (finite Differenzen) zu ersetzen, womit nurmehr ein lineares Gleichungssystem gelöst werden muss. Andererseits können die Ableitungen in dieser Matrix beispielsweise einmalig zu Beginn des Iterationsverfahrens bestimmt werden, was den Berechnungsaufwand und damit auch den Zeitbedarf reduziert, dafür aber die Konvergenzordnung verringert. Eine andere Variante besteht darin, die Ableitungen nicht für jeden Iterationsschritt neu zu berechnen. Ein dritter Ansatz verfolgt die sukzessive „Zuschaltung“ dieser Ableitungen, je nachdem wie weit entfernt das Verfahren von der Lösung ist. Das verhindert zum einen, dass fern der Lösung Divergenz auftritt, zum anderen kann in Lösungsnähe die Konvergenzordnung und Stabilität deutlich erhöht werden. Man spricht hier auch von inexakten Newton-Verfahren, für weiterführende Erläuterungen sei an dieser Stelle auf die Fachliteratur verwiesen[65].

---

## 2.2 Prozesssimulation instationär

---

Während die stationäre Simulation für die Beantwortung einer Vielzahl ingenieurstechnischer Fragestellungen wie zum Beispiel die Anlagenauslegung für verschiedene Lastfälle ausreicht, kann mit dynamischen Simulationen das transiente Verhalten bei Lastwechseln, An- und Abfahrvorgängen und Störfällen ganzer Anlagen sowie das der implementierten Regelstrukturen untersucht werden. Diese zusätzlichen Informationen ziehen im Vergleich mit den stationären Betrachtungen einen größeren Programmieraufwand und einen höheren Bedarf an Rechenzeit nach sich. Verschiedene in-house Entwicklungen und auch kommerziell verfügbare Softwarepakete sind sowohl für stationäre als auch dynamische Simulationen verfügbar. Einige Programme verfügen über spezielle Bauteilbibliotheken für stationäre und dynamische Komponenten. Andere Programme wie zum Beispiel MATLAB/SIMULINK verfügen über ein entsprechendes Interface zur Modellierung nicht standardmäßiger Bauteile. Mit Hilfe einer herstellerneutralen, objekt orientierten gleichungsbasierten Sprache können mit MODELICA komplexe physikalische Systeme mit mechanischen und regelungstechnischen Subsystemen modelliert werden. Verschiedene kommerzielle und nicht kommerzielle Simulationsumgebungen sind hier im Einsatz. Als wichtigste Vertreter dieses Entwicklungszweiges sind an dieser Stelle DYMOLA, JModelica.org und SimulationX zu erwähnen. Die aufgeführten Programme unterscheiden sich in ihrer Funktionalität und den Anwendungsbereichen. In nachfolgender Tabelle 2.2 findet sich eine keinesfalls erschöpfende Auflistung einiger im Handel verfügbarer sowie nicht kommerzieller Softwarepakete und deren Anwendungsfelder mit längerer Entwicklungshistorie seitens Firmen und Universitäten. Sie sind in der Regel nicht frei verfügbar und werden sowohl im Rahmen industrieller Projekte genutzt als auch in der Forschung eingesetzt[7].

**Tabelle 2.2.: Übersicht transiente Simulationsprogramme und damit durchgeführte Arbeiten**

Software	Entwickler	Anwendungsbereich					
		GuD	Kohle- kraftwer- ke	Nuklear- anlagen	Solar- kraftwerke mit Sammlern	Müllver- bren- nung	Thermische Meerwas- serentsal- zung und Geothermie
ATHLET, ATLAS, COCSYS, etc.	Gesellschaft für Anlagen- Reaktorsicherheit (GRS)  In-house code	x	x	[38]	[58]	x	x
Advanced Process Simulation Software (APROS)	Technical Research Center of Finland (VIT)  Kommerziell verfügbar	[85]	[121, 122]	[10]	[6]	x	[3]
Advanced System for Process Engineering (ASPEN Plus DYNAMICS, ASPEN HYSYS, etc.	Aspen Technology, Inc.  Kommerziell verfügbar	[8, 9]	[79]	x	[144]	x	[105]
CATHARE	CATHARE team  In-house code	x	x	[89]	x	x	x
ClaRa (basierend auf Modelica)	Das Projekt Dyncap  In-house code	x	[111]	x	x	x	x
Dynamic Boiler Simulation (DBS)	TU-Wien Institut für Energietechnik und Thermodynamik vspace6pt In-house code	[134]	x	x	x	x	x
Dynamic Network Analysis (DNA)	Technical University of Denmark Thermal Energy, Department of Mechanical Engineering  In-house code	[50, 51]	[126]	x	x	x	x
DYMOLA (basierend auf Modelica)	Dassault Systemes  Kommerziell verfügbar	[84, 22]	[60]	[39]	[32, 96]	x	x

DYNAPLANT	Siemens In-house code	[63, 124]	x	x	x	x	x
ENBIPRO	Technische Universität Braunschweig, Institute of Energy and Process Systems Engineering In-house code	[92, 93]	[55, 145]	x	x	x	x
gPROMS Platform	Process Systems Enterprise Limited Kommerziell verfügbar	[88]	[81]	x	x	x	[56]
JModelica.org (basierend auf Modelica)	Modelon AB Open-source code	[74]	[13]	x	[21]	x	x
MATHEMATICA	Wolfram Research Kommerziell verfügbar	x	x	x	[40]	x	x
MISTRAL	Technische Universität Darmstadt, Department of Energy Systems and Technology In-house code	[102, 91]	x	x	x	x	x
SIMULINK	The MathWorks, Inc. Kommerziell verfügbar	[118]	[87]	[136]	[78]	[127]	[25]
Power Plant Simulator & Designer (PPSD)	KED GmbH Kommerziell verfügbar	[133]	[132]	[132]	[133]	x	x
ProTRAX Software	TRAX Energy Solutions Kommerziell verfügbar	[49, 23]	x	x	x	x	x
EASY5, etc	MSC Software Kommerziell verfügbar	[141]	[143]	[77]	x	x	x
EcosimPro, PROOSIS, etc.	Empresarios Agrupados A.I.E. Kommerziell verfügbar	x	[29]	[125]	x	x	x

SimSci, DYNMIM	Schneider Electric Software  Kommerziell verfügbar	x	x	x	x	x	[82]
SimulationX	ITI GmbH  Kommerziell verfügbar	x	x	x	x	x	x
RELAP	Idaho National Laboratory  Kommerziell verfügbar	x	x	[76]	[112]	x	x
Transient System Simulation Tool (TRANSYS)	University of Wisconsin  Kommerziell verfügbar	x	x	x	[14, 94]	x	[19]
UniSim Design (ASPEN entlehnt)	Honeywell  Kommerziell verfügbar	[67, 66]	[5]	x	x	x	x
3-Key Master	Western Services Corporation  Kommerziell verfügbar	x	x	[138]	x	x	x

Die Vielzahl und Bandbreite der vorgestellten Programme und Anwendungen weist bereits ein bestehendes großes Portfolio an dynamischen Simulationen aus. In Verbindung mit den Überlegungen und Schlussfolgerungen aus Kapitel 1 ergibt sich ein weit gespannter Bogen an möglichen Anwendungen und daraus resultierend auch künftiger Entwicklungsbedarf für Softwarepakete, die für die Bearbeitung transientser Fragestellungen geeignet sind. Eine bereits angesprochene Möglichkeit, Softwarepakete für transiente Berechnungen zu erstellen, ist die Erweiterung bestehender stationärer Löser. Der nachfolgende Abschnitt 3.1 gibt einen kurzen Abriss über die erforderlichen Schritte für den Übergang der stationären Simulation hin zur dynamischen.

## 2.3 Arbeitsziele und Struktur der Arbeit

Die Aktualität der Thematik und Notwendigkeit zur Beantwortung der in Kapitel 1 aufgeworfenen Fragestellungen führt unmittelbar zur Zielsetzung der vorliegenden Arbeit. Der Hauptfokus liegt darauf, eine Möglichkeit zur Durchführung dynamischer Systemsimulationen zu schaffen, die auf einem stationären Lösungsverfahren basieren und deren Eignung für die Praxis unter Beweis zu stellen. Dieser Weg ist besonders deshalb sehr vielversprechend, da es sich hier bei dem eingangs vorgestellten Newton-basierten Verfahren um eine hocheffiziente Methode handelt, welche bereits über ein breites Nutzerfeld verfügt und damit verbunden auch eine große Anzahl an Schaltungen vorliegt, die in der Folge einfach von einer stationären hin zur instationären Simulation konvertiert werden können.

Einerseits ergibt sich die Notwendigkeit zur Analyse dynamischen Anlagenverhaltens aus den Darstellungen der Lastprofile in Abbildung 1.3 und 1.4, welche künftig so gut wie keine stationären Betriebszustände und Fahrweisen mehr aufzeigen. Andererseits hat sich, wie Tabelle 2.2 deutlich macht, bereits ein sehr großer Markt mit einem breit gefächerten Anwendungsspektrum entwickelt, welcher derzeit noch keine Sättigung aufweist. Dem wissenschaftlichen Interesse ist folglich durchaus auch ein ökonomischer Bedarf zur Seite gestellt. Um eine vollständige und kostenintensive Neuentwicklung entsprechender Software umgehen zu können, besteht die Notwendigkeit, transiente Verfahren, wie in dem vorangegangenen Abschnitt dargestellt, basierend oder aufbauend auf stationäre Berechnungsmethoden zu entwickeln. Damit können die entscheidenden Vorteile, wie Effizienz und Genauigkeit bereits vorhandener Softwarepakete weiterhin zum Tragen kommen und praktisch genutzt werden. An dieser Stelle sei zusätzlich auf die über viele Jahre hinweg entstandene große Anzahl vorhandener stationärer Schaltungen hingewiesen, welche durch eine Erweiterung hin zur

Dynamik einen wertvollen Beitrag zur Klärung der umrissenen Fragestellungen leisten können.

Eine Plattform für derartige Erweiterungen bietet sich generell bei Newton-basierten Gleichungslösern, wie er beispielsweise auch im Softwarepaket EBSILON<sup>®</sup>Professional zum Einsatz kommt, mit welchen bereits eine Vielzahl und von den Anwendungen her sehr breit gefächerte stationäre Simulationsmodelle existieren. Zu der Bewährtheit des Gleichungslösers kommt noch als weiterer Vorteil hinzu, dass bereits seit einigen Versionen die Infrastruktur zur Berechnung von Zeitreihen geschaffen wurde, was direkt die Umsetzung weiterer dynamischer Modelle möglich macht.

Aus diesen Überlegungen heraus lassen sich die folgenden Arbeitserfordernisse für eine Transformation statischer Modellierung hin zur dynamischen formulieren. Um thermodynamische Kreisprozesse transient abbilden zu können, sind somit folgende grundlegende Schritte erforderlich, die in dieser Arbeit umgesetzt werden sollen. Damit ergeben sich folgende Arbeitsziele:

1. Modellentwicklung, um die Simulation realer Kraftwerke mit folgenden instationären Bauteilen zu ermöglichen
  - a) Entwicklung eines transienten Wärmetauschers, beziehungsweise Rohrleitungen mit Abbildung der Wandungen als zentrale energie- und wärmespeichernde Bauteile durch Erweiterung vorhandener stationärer Komponenten
  - b) Neuentwicklung einer Komponente zur Realisierung von Übertragungsfunktionen
  - c) Aufbau transients Bauteile wie einer Dampftrommel mit Hilfe von dynamischen Teilmodellen und Makroprogrammierung
  - d) Bereitstellung eines PID-Reglers zur Realisierung der leittechnischen Schaltungsgruppen sowie der Regelungstechnik
  - e) Aufbau einer dynamischen Rohrleitung unter Verwendung des  $\kappa_D$ -Modells
2. Modellintegration in die Softwareumgebung
3. Verifikation und Validierung
4. Demonstration der Anwendbarkeit

Diese Arbeitspakete sind als Leitfaden zum Erreichen der Zielsetzung mit folgenden Randbedingungen formuliert. Die dynamischen Simulationen sollen sich auf Zeitskalen bewegen, innerhalb derer die thermischen Massen der speichernden Bauteile bestimmend für das Zeitverhalten zum Tragen kommen. Das ist insbesondere bei betriebsbedingten, also nicht durch Störfälle verursachten Laständerungen der Fall. Hier können sehr schnelle Änderungen, wie beispielsweise Druckstöße und damit verbunden Überschallströmungen auftreten, welche zwingend eine umfangreichere Einbindung der Impulsbilanz erfordern. Diese werden hier ebenso ausgeklammert wie die Modellierung vollständiger An- und Abfahrprozesse.

**Tabelle 2.3.: Struktur der Arbeit**

Einleitung und Einführung in die Thematik anhand der Transformation der Landschaft der Stromproduktion		
Beschreibung Stand der Technik und mögliche Herangehensweisen		
Darlegung der mathematischen Grundlagen und Herleitung der Bestimmungsgleichungen		
Numerische Umsetzung der Modellierungen		
Örtlich diskretisierte Modelle mit numerischer Lösung der Bestimmungsgleichungen	Nulldimensionale Modelle mit Übertragungsfunktionen	Modelle mit Verschaltung und Zusammenfassung von Submodellen

Entwicklung eines Modells mit angepasster örtlicher und zeitlicher Diskretisierung der Differentialgleichung für die instationäre Wärmeleitung nach dem Crank-Nicolson-Verfahren	Modellentwicklung mit reduzierter Auflösung in der örtlichen Diskretisierung und teil-analytischer Lösung für die Speicherelemente	Erstellen eines Modells zur Realisierung von parametrischen Übertragungsfunktionen	Erstellen eines Modells mit Übertragungsfunktionen, die sich aus der Physik und den Betriebsparametern ableiten	Erstellen eines transienten Dampftrommelmodells mit Hilfe der Verschaltung einzelner Komponenten mit Hilfe von Makros
Test und Verifikation der neuen Einzelmodelle				
Aufsetzen von Demonstrationsbeispielen im Sinne von Machbarkeitsstudien				
Auswertung der Ergebnisse und Modellvalidierung				
Zusammenfassung und Ausblick				
Anhang erster Teil mit Dokumentation und Beschreibung der Modelle				
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transienter Speicher (Rohrleitung mit wärmespeichernder Wand)</li> <li>• Transienter Wärmetauscher</li> <li>• Schichtenspeicher</li> </ul>	Modellbeschreibung parametrische Übertragungsfunktion	Beschreibung Modell mit Ableitung der der Übertragungsfunktionen aus der Physik	Beschreibung PID-Regler	

Neben dieser hier skizzierten Vorgangsweise für die Entwicklungsarbeiten findet sich die Einführung in die Thematik in Kapitel 1 und anschließender Beschreibung des Standes der Technik in Abschnitt 2. Die mathematischen Grundlagen, die erforderlich sind für das Erstellen dynamischer Simulationsmodelle, werden dargelegt im Folgekapitel 3. Im Anschluss daran findet sich eine Beschreibung der dazu nötigen numerischen Algorithmen unter Kapitel 4, gefolgt von einem Abschnitt 5 zur Verifikation und Validierung der Modelle und der daraus entstandenen Komponenten. Kapitel 7 enthält die mit den in Abschnitt 6 vorgestellten Demonstrationsmodellen erzielten Ergebnisse, woran sich eine Zusammenfassung 8 und der weitere Ausblick 9 anschließt. Den Abschluss der Arbeit bildet ein Anhang, in welchem sich zusätzliche Erklärungen zu den erstellten Komponenten sowie Anmerkungen zu den Algorithmen finden.

---

### 3 Instationäre Ansätze zur Modellierung dynamischer Vorgänge

---

Wie in der Zielsetzung in Kapitel 2.3 vorgestellt und diskutiert, ist es erforderlich, Berechnungsverfahren zur Behandlung dynamischer Fragestellungen zu implementieren. Zunächst werden einige Grundüberlegungen sowie die mathematischen Erfordernisse und Ansätze vorgestellt, die den Übergang von der stationären hin zur dynamischen Simulation ermöglichen. Hieraus erfolgt die Ableitung und Ausarbeitung der numerischen Algorithmen. Im Vordergrund steht dabei das Bestreben, ein Optimum zwischen erforderlichem Rechenaufwand und erzielbarer Genauigkeit zu erlangen. Das bestimmt maßgeblich die Auswahl möglicher Algorithmen. Diese werden vorgestellt und nachfolgend einem Vergleich unterzogen.

---

#### 3.1 Übergang von stationärer zur dynamischen Simulation

---

Die generell entscheidenden Kriterien für den Aufbau eines Simulationsprogramms für Kreisprozesse ergeben sich aus einer zunächst allgemeinen Klassifizierung, wie mit den zeitlich veränderlichen Termen der Bestimmungsgleichungen zu verfahren ist:

- Bei stationärer Simulation verschwinden in den Erhaltungsgleichungen sämtliche zeitabhängigen Terme und Ableitungen, was mathematisch gleichbedeutend ist mit  $\frac{\partial}{\partial t} = 0, \frac{d}{dt} = 0$
- Eine quasistationäre Betrachtung lässt grundsätzlich bereits Zeitabhängigkeiten zu, stellt mathematisch gesehen jedoch noch keine wirkliche Betrachtung der vorgenannten Gleichungen im Sinne von  $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0, \frac{d}{dt} \neq 0$  dar. Vielmehr beschränkt sich die Rechnung beispielsweise auf eine konstante Akkumulation einer Größe ohne Berücksichtigung möglicher zeitlich bedingter Änderungen. Die Instationarität wird lediglich über die sich mit der Zeit ändernden Randbedingungen betrachtet.
- Bei dynamischen Simulationen können die zeitabhängigen Terme nicht vernachlässigt werden und erfordern eine entsprechende Diskretisierung der Bestimmungsdifferential-Gleichungen

Weitere Überlegungen beziehen sich auf die fundamentalen physikalischen Modelle, die einer Simulationsumgebung für die Modellierung der thermo-hydraulischen Verhältnisse zugrunde gelegt werden. Die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie besitzen für drei räumliche und die zeitliche Dimension folgendes Aussehen. Werden die Bilanzierungen über ein zeitlich unveränderliches Volumenelement durchgeführt, so spricht man von der Euler'schen Betrachtungsweise, welche sich sehr gut eignet für die Übertragung auf das numerische Verfahren der finiten Volumina. Die Erhaltungseigenschaften der Gleichungen werden dabei bewahrt, weshalb auch von konservativen Diskretisierungsverfahren gesprochen wird. Für die Massenerhaltung gilt unter der Annahme, dass keine Massenumwandlungen durch kernphysikalische Prozesse in Energie stattfinden:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z)$$

oder in Tensorschreibweise mit Indizes für die Raumkoordinaten

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho w_i)$$

mit

$$i \in [1, 2, 3] \quad (3.1)$$

Die Gleichung für die Erhaltung des Impulses besagt, dass dessen zeitliche Änderung im Gleichgewicht steht zu dem Transport von Masse mit der Geschwindigkeit  $w_i$  über die Grenzen des Kontrollvolumens, sowie zu den Oberflächen- und Volumenkräften, die auf das Volumen wirken. Damit ergibt sich in der gleichen Schreibweise und Notation wie (3.1):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho w_i) = -\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho w_i w_j) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (3.2)$$

Die DGL zur Gesamtenergiebilanz nach Anwendung des 1. Hauptsatzes der Thermodynamik auf das Volumenelement eines offenen Systems lautet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \frac{1}{2} (w^2 + u) \right] = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho \frac{1}{2} (w^2 + u) w_i \right] - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} (p w_i) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} w_j) + \rho w_i g_i + S \quad (3.3)$$



In diesen Gleichungen steht  $\rho g_i$  für die volumetrisch wirkende Gravitationskraft,  $\tau_{ij}$  und  $q_i$  repräsentieren den Schubspannungstensor, bzw. die Wärmestromdichte jeweils auf das Volumen bezogen. Die Bezeichner  $\rho$  und  $w_i$  stehen für die Fluidichte und die Komponenten der Strömungsgeschwindigkeit in Richtung der Flächennormalen des Volumenelementes. Die Variable  $S$  liefert Quell- und Senkenterme für die Zu- oder Abnahme der Energie durch Wärmestrahlung oder chemische Reaktionen[35, 7, 119]. Je nachdem welche Komponente modelliert wird, erfahren die Gleichungen (3.1) bis (3.3) Modifikationen und Vereinfachungen durch Annahmen und Randbedingungen. Diese werden im Anschluss in Abschnitt 3.2 eingehender erläutert.

Im Zusammenhang mit der Transformation von stationärer Simulation zur transienten stellt sich neben der Auswahl der physikalischen Modelle und daraus resultierend den Formulierungen der mathematischen Ansätze außerdem die Frage, welche Komponenten einer dynamischen Modellierung bedürfen. Diese ist unmittelbar damit verbunden, in welcher Größenordnung die Zeitkonstanten bei Reaktionen auf Sprünge der Eingangsgrößen liegen. Als Konsequenz daraus lässt sich klären, welche Baugruppen und Komponenten einen zu berücksichtigenden Einfluss auf das dynamische Verhalten der Kraftwerksanlage aufweisen. Somit kann anhand der Antworten bei Änderung der Randbedingungen eine Aufteilung in quasistationäre und nicht-stationäre, also transiente Einheiten vorgenommen werden. Vorzugsweise prägt man Temperatursprünge auf. Liegt eine stationäre Komponente vor, so erfolgt eine sofortige Reaktion auf eine Änderung der Eingangsgröße. Die zeitlichen Ableitungen in den Bestimmungsgleichungen können daher vernachlässigt werden. Bei der Dampfturbine, welche dem Stodola'schen Kegelgesetz gehorcht, handelt es sich typischerweise um eine derartige Komponente. Nicht-stationäre Komponenten haben im Gegenzug ein signifikantes Zeitverhalten, welches in den Erhaltungsgleichungen für Energie, Masse und Impuls zu berücksichtigen ist. Hierzu zählen im Kraftwerksbereich vorzugsweise dickwandige Bauteile, wie Dampftrommeln und Flaschen. Aber auch die Heizflächen im Dampferzeuger zählen zu dieser Gruppe aufgrund ihrer großen thermischen Masse und daraus resultierend ihrer Speicherkapazität[34, 110]. Tabelle 3.1 gibt hierzu eine kurze Übersicht:

**Tabelle 3.1.: Übersicht quasistationäre/transiente Komponenten**

Quasistationäre Komponenten	Instationäre Komponenten
Pauschale Energiezufuhr oder -abfuhr	Wasserspeicher (Speisewasserbehälter, etc.)
Brennkammer	Dampftrommel
Mischstellen und Verzweigungen	Druckluftspeicher
Wasserabscheider	Wärmeübertrager
Dampf- und Gasturbinen	Kohlemühlen
Pumpe	
Verdichter und Gebläse	
Drosselstelle	

Zu beachten gilt bei dieser Klassifikation, auf welchen Zeitskalen man sich bewegt und welche Informationen die Modellierung liefern soll. Je nach Anforderung muss die Auswahl modifiziert werden. Betrachtet man beispielsweise zusätzlich zu den Lastwechseln auch An- und Abfahrvorgänge, so genügt es nicht mehr, die Turbine als stationäre Komponente zu behandeln. Für diese Fälle ist es als sehr sinnvoll anzusehen, wenn in der Simulation die Möglichkeit besteht, dynamische und stationäre Komponenten simultan nutzen zu können. Ein Ansatz zur Realisierung eines solchen Aufbaus stellt sich folgendermaßen dar. Die Rechthandseiten der Gleichungen (2.5) und (2.6), wie sie für die Lösung eines Systems für stationäre Bauteile formuliert werden, können einfach durch die Lösung eines Algorithmus zur Berechnung der transienten Größen ersetzt werden. In diesem Beispiel ergibt sich damit für den Wärmetauscher:

$$\dot{m}_{12} \cdot (h_1 - h_2) = \dot{Q}_{trans,prim} \quad (3.4)$$

$$\dot{m}_{34} \cdot (h_3 - h_4) = \dot{Q}_{trans,sek} \quad (3.5)$$

Diese Vorgangsweise ist entsprechend für alle anderen Größen anzuwenden, die von transienten Änderungen betroffen sind. Für die Massenströme müssen Akkumulationsterme dergestalt eingeführt werden:

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \Delta \dot{m}_{trans,prim} \quad (3.6)$$

$$\dot{m}_3 - \dot{m}_4 = \Delta \dot{m}_{trans,sek} \quad (3.7)$$

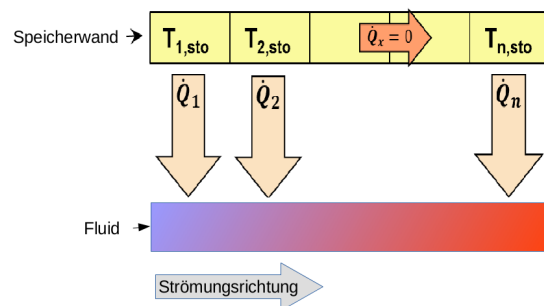
Zusätzlich benötigt man für die zeitliche Diskretisierung eine Zeitschrittweite  $\Delta t$  mit deren Hilfe die instationäre Berechnung ausgeführt wird, wobei dann die Ergebnisse des aktuellen Zeitschrittes die Eingabegrößen für den Folgeschritt bilden. Auf diese Weise können dynamische und stationäre Komponenten zusammengeschaltet und gemeinsam iterativ berechnet werden.

Ebenfalls in Anlehnung an den vorangegangenen Abschnitt 3.1 lassen sich grundlegende Typen dynamischer Modelle, bzw. Ansatzarten formulieren:

1. Modelle mit angepasster örtlicher und zeitlicher Formulierung der bestimmenden DGL(s)
2. Modelle mit reduzierter Auflösung in der örtlichen Dimension in Bezug auf die DGL(s)
3. Modelle mit reiner Signalübertragung ohne direkten physikalischen Bezug
4. Modelle mit Übertragungsfunktion(en), die sich aus der Physik ableiten
5. Modelle, die aus Gruppierungen und dem Zusammenwirken von Unter-/Teilmodellen bestehen (Makros)

Die erste Gruppe bietet aufgrund der starken Bindung an die Physik den Vorzug, sehr exakte und belastbare Ergebnisse zu liefern. Dieser Vorteil kommt voll zum Tragen, wenn alle Eingangsparameter bekannt sind, und eine der Problemstellung adäquate örtliche und zeitliche Diskretisierung angesetzt wird. Hierbei gilt abzuwägen, inwiefern solche Modelle in ihrem Aufwand bereits auf dem Sektor von CFD angesiedelt sind. Das kann beispielsweise in Kombination mit der Numerik eines Newton-Solvers zu inakzeptabel langen Rechenzeiten führen, weil der transiente Algorithmus wiederholt aufgerufen werden muss. Das trägt demzufolge die Gefahr in sich, die Simulationsintervalle für Berechnungen, die Echtzeitfähigkeit erfordern, nicht mehr einhalten zu können. Die PGÜ sei hier als Beispiel genannt. Eine detaillierte Herleitung der Differentialgleichungen findet sich in Abschnitt 3.2.

Einen Kompromiss, der gegenüber voll diskretisierten Modellen deutliche Vorzüge in Bezug auf die Rechenzeit aufweist, stellt die zweite Gruppe der reduzierten Modelle dar. So nahe wie möglich an der Physik der Komponente angesetzt, kann aber mit einer Reduktion der Dimension um eine Raumrichtung der Berechnungsaufwand stark verringert werden. In Verbindung mit in diesem Falle möglichen analytischen (Teil-)Lösungen müssen zwar Genauigkeitsverluste hingenommen werden, diese sind in der Regel marginal und lassen sich mit wenigen Überlegungen sehr gut abschätzen. Nachfolgende Abbildung 3.1 zeigt schematisch den Aufbau eines solchen Modells, bei dem in den Wandelementen des Speichers in Strömungsrichtung kein Wärmetransport stattfindet. Eine ausführlichere mathematische Herleitung hierzu findet sich unter 3.2.4.

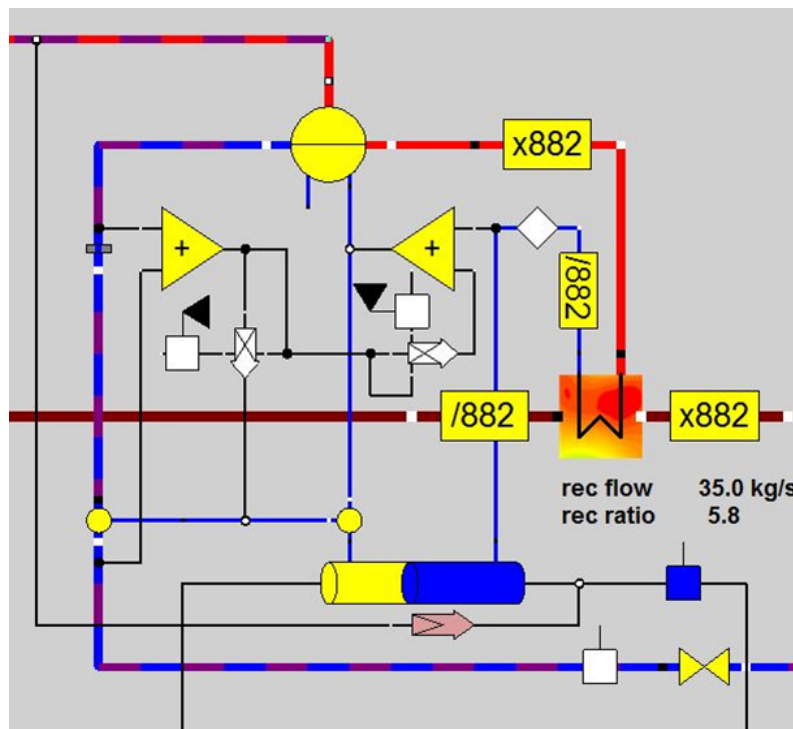


**Abbildung 3.1.:** Schema vereinfachtes, örtlich reduziert aufgelöstes Modell

Eine wesentliche, vereinfachende Annahme dieser Modelle besteht in der Reduktion der in der Berechnung behandelten Dimensionen, hier beschränkt sich die Modellierung der Energiebilanzgleichungen nur auf Wärmeflüsse, die orthogonal zur Speicherwand und dem strömenden Fluid auftreten. Infolge dessen bleiben die Wärmeleitung und damit verbunden auch die Wärmeströme in Flussrichtung des Fluids im Speichermaterial unberücksichtigt. Hieraus ergibt sich unmittelbar der Vorteil, dass in Verbindung mit einem Upwind-Berechnungs-Verfahren die Informationen für das aktuell zu berechnende Element alle aus den vorangegangenen stammen und damit keine zusätzlichen Iterationen erforderlich sind. Die Methode ist im Gegensatz zum Crank-Nicolson-Algorithmus explizit und damit mit wesentlich geringerem Rechenaufwand zu lösen.

Modelle, die sich einer Übertragungsfunktion bedienen, kommen in der Regel ohne örtliche Diskretisierung aus, woraus sich gegenüber den physikalisch basierten Modellen ein bereits deutlich reduzierter Berechnungsaufwand ergibt. Das erfolgt allerdings auf Kosten des Informationsgehaltes. Die Verwendung von Übertragungsfunktionen erweist sich als sehr vorteilhaft, wenn deren Parameter entweder direkt aus Realdaten der Leittechnik zugänglich sind, oder sie sich in Form von Sprungantworten aus dem Verhalten komplexerer Modelle (Baugruppen mit instationären Bauteilen, CFD-Modelle, o.ä.) prädiktiv ermitteln lassen. Besteht die Möglichkeit, Übertragungsfunktionen aus der Bauteilphysik, den Betriebsparametern und Stoffdaten der Medien abzuleiten, so können die Vorteile der Signalübertragungs-Modelle unter bestimmten Randbedingungen (speziell Gültigkeitsbereiche der zugrunde liegenden Modelle) genutzt werden. Sie haben zusätzlich den großen Vorteil, dass durch Angabe der geometrisch physikalischen Parameter in Verbindung mit den Betriebs- und Stoffdaten die erforderlichen Modellparameter (Zeitkonstanten) ermittelt werden können, so dass sich die Modellerstellung selbst sehr einfach und anwenderfreundlich gestaltet.

Die letzte Gruppe von Modellen bedient sich der Möglichkeit, modular aus Teilmodellen und einzelnen Bausteinen komplexere Verschaltungen zu realisieren und dynamisches Verhalten mit dem erforderlichen Detaillierungsgrad abbilden zu können. So können beispielsweise mit hintereinander geschalteten  $PT_1$ -Gliedern die Übertragungsfunktionen komplexerer Strukturen nachgebildet werden, wie das in Abschnitt 4.2.2 vorgestellte Verfahren zur Simulation von Überhitzerstrecken. Mit diesen Ansätzen lassen sich darüber hinaus auch im Verbund mit stationären Bauteilen dynamische Modelle realisieren. Eine transiente Dampftrommel ist auf diese Weise darstellbar, wie Abbildung 3.2 zeigt:



**Abbildung 3.2.:** Fließbild Aufbau/Workaround für eine dynamische Dampftrommel mit einem Massenspeicher und Logik-Bausteinen

Die vorgestellte Struktur besitzt zwei dynamische Komponenten, einmal den Wärmetauscher und zum anderen einen Massenspeicher zum Schließen der Bilanz, je nachdem ob seitens des Wärmetauschers Ein- oder Ausspeichereffekte auftreten. Die restlichen Bauteile sind stationäre Logik-Kontrollelemente (Signalübertrager und Rechenbausteine), um

die physikalisch korrekte Funktionalität zu gewährleisten. Diese Gruppierung kann ihrerseits zu einem Makro-Modell zusammengefasst werden, welches nach „außen“ nur die Anschlüsse für das Speisewasser und Rauchgas besitzt. Eine detaillierte Beschreibung für diese Schaltung findet sich in Kapitel 6 in Abschnitt 6.4.

### 3.2 Struktur und Formulierung der Erhaltungsgleichungen für die dynamischen Bauteile

In den nachfolgenden Abschnitten werden kurz die eingesetzten Erhaltungsgleichungen skizziert und die Modellannahmen und Randbedingungen dargelegt.

#### 3.2.1 Massenbilanz

Die Betrachtung thermo-hydraulischer Modelle erfolgt bei den meisten Kreisprozesssimulationen entweder null- oder eindimensional entlang des Strömungsweges der Arbeitsfluide. In der Regel werden Effekte, wie sie durch die Ausbildung von Strömungsprofilen zum Tragen kommen, etwa bei den Wärmeübergangskoeffizienten, durch globale Ansätze realisiert. Damit kann (3.1) auf folgende Form reduziert werden:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (\rho w_x) \quad (3.8)$$

Auf diese Weise können in Kombination mit (3.14) bereits alle Akkumulationseffekte, wie beispielsweise das Ein- oder Ausspeichern von Dampf in Überhitzerstrecken, in transienten Wärmetauschern und Rohrleitungen abgebildet werden.

#### 3.2.2 Impulsbilanz

Die wichtigste Information für die angesprochene Modellierung mit einer räumlichen Dimension liefert die Impulsbilanz in Bezug auf den statischen Druckverlust der durchströmten Bauteile. Dieser ist erforderlich für die Auslegung von Pumpen, Verdichtern sowie Gebläsen und kann aus (3.2) hergeleitet werden. Für eine Koordinatenrichtung gilt:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho w_x) = -\frac{\partial}{\partial x} (\rho w_x^2) - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho g_z \quad (3.9)$$

Drückt man die Komponenten der Spannungen  $\tau_{ij}$  durch die entsprechenden Geschwindigkeitsgradienten aus, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho w_x) = & -\frac{\partial}{\partial x} (\rho w_x^2) - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial w_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w_x}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x} \right) \right] + \rho g_z \end{aligned} \quad (3.10)$$

Auf die einzelnen Geschwindigkeitsgradienten und deren Auswirkungen soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden bis auf diejenigen, welche für die Ausbildung eines Strömungsprofils verantwortlich sind. Aus diesen folgt für laminare Strömungen die Rohrreibungszahl  $\lambda = \frac{64}{Re}$ , womit für den Druckverlust angegeben werden kann:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{\rho}{2} w_x^2 \quad (3.11)$$

Es lassen sich folglich alle technisch bedingt auftretenden Druckverluste in Form von Faktoren formulieren, die aufgrund von  $\Delta p \sim \frac{\rho}{2} w^2$  eine quadratische Abhängigkeit von Volumen und Massenstrom nach sich ziehen. Nimmt man dagegen eine reibungsfreie und inkompressible Strömung mit  $\mu = 0$  und  $\rho = \text{const}$  an, so geht (3.10) in die differentielle Form der transienten Bernoulli-Gleichung über:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho w_x) = -\frac{\partial}{\partial x} (\rho w_x^2) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_z \quad (3.12)$$

### 3.2.3 Energiebilanzen des Wärmespeichers

Die mathematische Modellierung eines Energie-, respektive Wärmespeichers basiert auf der Bilanzierung gemäß (3.3). Im Folgenden werden zunächst die Randbedingungen und Voraussetzungen für die Modellerstellung dargelegt. Die hier vorgestellte Modellierung wird mit diesen Annahmen für die durchströmten Kanäle der Wärmetauscher und Rohrleitungen formuliert:

- Da keine Energieumwandlung an Schaufeln oder ähnlichem besteht, entfallen die Terme der technischen Arbeit  $W_t$ , bzw. die Beiträge, welche die kinetische Energie  $\frac{1}{2}\rho w^2$  enthalten.
- Änderungen der potenziellen Energie, repräsentiert durch  $\rho w g$  werden ebenfalls vernachlässigt.
- Es finden keine chemischen Reaktionen und keine sonstigen volumetrischen Energieeinträge statt, womit sich  $dE$  auf die Änderung der inneren Energie  $dU$  beschränkt.
- Reibungsbedingte Änderungen der Fluidenergie werden nicht in die Bilanzierung einbezogen. Damit verschwinden in (3.13) die irreversiblen Anteile.

Mit diesen Annahmen und respektive derjenigen, dass hier alle Formen der mechanischen Energie keine Rolle spielen sollen, kann von (3.3) die Bilanzgleichung (3.13) der mechanischen Energie abgezogen werden:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} \rho w^2 \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{2} \rho w^2 w_i \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (p w_i) + p \frac{\partial w_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} w_i) - \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} + \rho w_i g_i \quad (3.13)$$

Diese Subtraktion liefert zunächst allgemein ohne weitere Einschränkungen die Gleichung für die thermischen Leistungen:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u = - \frac{\partial}{\partial x_i} \rho w_i u - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} - p \frac{\partial w_i}{\partial x_i} - \tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} + S \quad (3.14)$$

In (3.14) ist mit  $-\tau_{ij} \frac{\partial w_i}{\partial x_i}$  noch ein Term enthalten, welcher thermische Energieänderungen infolge von Reibungseffekten (Dissipation) beschreibt. Diese Anteile werden ebenfalls vernachlässigt, wie bereits angemerkt.

#### Energiebilanz der Speicherwände

Da (3.14) in dieser Form noch die konvektiven Anteile für ein strömendes Medium berücksichtigt, sind weitere Überlegungen und Umformungen erforderlich, um zur Formulierung für die Speicherwände zu gelangen. Es sollen für den Speicher folgende Randbedingungen gelten:

- Die Speicherwand tauscht nur thermische Energie in Form von Wärme mit der Umgebung aus.
- Innerhalb der Wandungen finden keine Phasenwechsel statt, es wird folglich nur sensible Wärme berücksichtigt.
- Der Wärmetransport innerhalb der Speicherwand ist rein konduktiv und folgt dem Fourier'schen Gesetz.
- Es tritt keinerlei Konvektion auf.
- In der Speicherwand treten keine Quellen- oder Senkenterme für Wärme auf.
- Die Speicherwand ist ein ortsfester, starrer Körper, der keine Formen mechanischer Energie speichern kann.

Nun kann der Term  $\frac{\partial q_i}{\partial x_i}$  mit Hilfe des Fourier'schen Ansatzes für die Wärmeleitung in Abhängigkeit des lokalen Temperaturgradienten formuliert werden:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \quad (3.15)$$

Die Restriktion, dass keine Konvektion vorhanden ist, zieht den Wegfall aller Terme nach sich, die eine Geschwindigkeitskomponente enthalten. Weiterhin sind neben Energiewandlungen durch Druck und Reibung Quellen und Senken ausgeschlossen. Darüber hinaus gilt mit der Forderung, dass die thermische Energie nur in Form sensibler Wärme gespeichert erhält man für die zeitliche Änderung der inneren Energie des Speichers mit Einsetzen von (3.15) in (3.14):

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \right)$$

mit

$$i \in [1 \equiv r, 2 \equiv \phi, 3 \equiv z] \quad (3.16)$$

Mit Hilfe einer weiteren Überlegung lässt sich (3.16) für Rohrwände formulieren. Geht man davon aus, dass die Temperaturen sowohl an der Innen- als auch an der Außenseite der Mantelflächen jeweils über den gesamten Umfang konstant sind und damit keine Abhängigkeit von ihrer Winkelposition zeigen, so treten keine tangentialen Wärmeströme auf. In differentieller Form kann die Energiebilanz ausgehend von (3.16) ausformuliert werden:

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) \quad (3.17)$$

Der Term für den Gradienten in die dritte Raumrichtung  $\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \phi^2}$  liefert, bedingt durch die Annahme bezüglich der Manteltemperaturen keine Beiträge wegen  $\frac{\partial \vartheta}{\partial \phi} = 0$ . Diese Form der Gleichung ist darüber hinaus nur gültig, wenn für die Wärmeleitfähigkeit des Rohrwandmaterials Isotropie und Temperaturunabhängigkeit vorausgesetzt wird, nach Anwendung der partiellen Differentiation  $\frac{\partial}{\partial r}$  erhält man die vollständige Gleichung für das Temperaturprofil in der Zylinderwand:

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \lambda \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \lambda \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \quad (3.18)$$

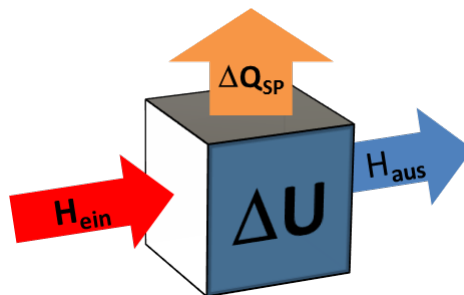
Die Integration und Transformation von (3.17) in eine numerisch lösbare Differenzengleichung findet sich in Abschnitt 4.1.

---

### Energiebilanz der Fluidelemente

---

Thermodynamisch betrachtet handelt es sich bei den von Fluiden durchströmten Kanälen, bzw. Rohrleitungen eines Wärmetauschers um offene Systeme, sofern die Bilanzgrenzen um die Volumenelemente der Fluide gelegt werden. Ein derartig gelegter Bilanzraum ist somit in der Lage, mit der Umgebung sowohl Energie als auch Materie, sprich Masse auszutauschen. Daher kann für diese Fragestellung ebenfalls (3.3) herangezogen werden. Mit Hilfe der Annahmen im vorigen Abschnitt 3.2.3 dient ebenfalls (3.14) für die weitere Herleitung der Bilanzgleichung. Für den Wärmetauscher mit dem Bilanzraum um die Fluide, welche über einen Zu- und Abstrom verfügen, sowie zu und von der Wandung eines Speichers Wärme übertragen können, ergibt sich schematisch mit den beiden Termen  $H_{\text{ein}} = h_1 \cdot dm_1$  und  $H_{\text{aus}} = h_2 \cdot dm_2$ :



**Abbildung 3.3.:** Energiebilanz Fluidelement nach 1. HS

Für die drei räumlichen Dimensionen kann damit die Bilanzgleichung für die thermische Energie geschrieben werden:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u = - \frac{\partial}{\partial x_i} \rho w_i u - \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial x_i} \quad (3.19)$$

Weitere Annahmen liefern die Bestimmungsgleichung für die Fluidelemente in den Speichern:

- Es werden radial-symmetrische Rohrleitungen mit kreisförmigen Querschnitten angenommen, was grundsätzlich die Formulierung der Gleichung in Zylinderkoordinaten erfordern würde. Da der Wärmeaustausch mit der Speicherwand ebenfalls radial-symmetrisch angenommen wird, entfallen jegliche Abhängigkeiten der Variablen von der tangentialen Lage.

Damit kann (3.19) bereits um eine Dimension reduziert werden, mit dem Fourier'schen Gesetz Ansatz zur Substitution für  $\dot{q}_i$  erhält man:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w u)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho w u)}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.20)$$

Für diese Form der Gleichung können darüber hinaus diese Bedingungen herangezogen werden:

- Es wird für die Fluide eine ideal durchmischte Pfropfenströmung (Plug flow) angenommen, womit radiale Einflüsse aus den Berechnungen ebenfalls eliminiert werden können, was die Integration in radialer Richtung, senkrecht zur Fluidströmung ebenfalls erleichtert.
- Der Wärmeaustausch der Speicherwand mit dem Fluid wird vom lokalen Temperaturgradienten und lokalem Wärmedurchgangskoeffizienten bestimmt. Dieser ist ebenfalls unabhängig von der tangentialen Lage auf dem Rohrmantel.

Diese Randbedingungen ermöglichen eine Reduktion des Problems auf eine räumliche Dimension, da die Integration in y-Richtung zur Ermittlung des Wärmeaustausches mit der angrenzenden Speicherwand aufgrund des Plug flow sofort angegeben werden kann. Für die Bilanzierung der transienten Medienströmungen erfolgt die Betrachtung der Konvektion nur in Richtung einer räumlichen Dimension mit der Koordinate  $x$ , welche entlang der Strömungsrichtung des Fluids läuft. Die Ausbildung von Strömungsprofilen senkrecht zur (Haupt-)Strömungsrichtung wird aufgrund der angenommenen Pfropfenströmung nicht berücksichtigt, sie kommt aber dennoch bei der Einführung der kinetischen Ansätze für den Wärmetransport zur Speicherwand über die fluidseitigen Wärmeübergangskoeffizienten zum Tragen. Die weitere Bilanzierung der Rohrgeometrie kann unter Nutzung der Axial-Symmetrie weiterhin auf eine räumliche Dimension beschränkt bleiben. Einsetzen des Zusammenhanges von innerer Energie und Enthalpie

$$u = h - \frac{p}{\rho} \quad (3.21)$$

führt auf die DGL für die Energiebilanz in folgender Form unter der Berücksichtigung, dass sich der zwischen Speicherwand und Fluid übertragene Wärmestrom mit der Koordinate  $x$  ändert:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho w h)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial t} + w \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{Sp\_wand} \quad (3.22)$$

Weitere Vereinfachungen sind für die Behandlung der meisten Strömungsprobleme möglich:

- In strömenden Fluiden ist die Wärmeleitung in Strömungsrichtung vernachlässigbar, weil die Temperaturgradienten in dieser Richtung in der Regel viel kleiner sind als diejenigen senkrecht dazu  $\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}$ . Damit können die Terme  $\frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)$  entfallen. Eine Ausnahme bildet hier der Schichtenspeicher (siehe Abschnitt 4.1.4).
- Die Arbeit durch den Druck  $w \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$  ist bei Rohrströmungen ebenfalls vernachlässigbar.
- Bei der Modellierung von Verdampfungs- und Kondensationsvorgängen ist es sinnvoll, hier wegen der starken Änderungen der Dichte die linke Seite von (3.22) mit der inneren Energie  $u$  für die Akkumulation zu formulieren.

Daraus folgt die Form der Gleichung, wie sie im weiteren Verlauf für die Numerik verwendet wird:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u = -\frac{\partial}{\partial x} \rho w h + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{Sp\_wand} \quad (3.23)$$

Der Temperaturgradient an der Speicherwand, welcher gemäß  $\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{Sp\_wand}$ , die Wärmestromdichte  $q_y$  in (3.19) repräsentiert, entspricht außerdem der Wärmestromdichte, welche vom Temperaturgradienten zwischen Fluid und Speicherwand und dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  hervorgerufen wird. Somit kann (3.23) für Rohrgeometrien integriert werden unter der Voraussetzung, dass sich die durchströmten Querschnitte nicht mit der Koordinate entlang der Strömungsrichtung ändern. Der Term  $\frac{\partial q(x)}{\partial x}$  wird durch den Ansatz  $\alpha (T_{fluid}(x) - \vartheta_{Sp\_wand}(x))$  für die Wärmeübertragung zwischen Fluid und Speicherwand ersetzt, womit sich ergibt:

$$A_{quer} \frac{\partial \rho u}{\partial t} dx = -A_{quer} \frac{\partial \rho w h_{fluid}}{\partial x} dx + \alpha \cdot (T_{fluid}(x) - \vartheta_{Sp\_wand}(x)) d_i \pi dx \quad (3.24)$$

Bei der vollständigen Integration dieser Gleichung ist zu beachten, dass die ortsabhängigen Temperaturen zusätzlich eine Zeitabhängigkeit aufweisen und umgekehrt die zeitabhängigen Terme auch von der Ortskoordinate abhängen. Daher müssen für die numerische Behandlung weitere Annahmen getroffen werden, die in Kapitel 4 in Abschnitt 4.1.2 genauer erläutert werden.



### 3.2.4 Modellierung von Wärmespeichern mit reduzierter Dimensionalität

In Abhängigkeit der durch die Wärmeleitfähigkeit eines Speichermaterials auftretenden Temperaturgradienten kann auf eine Diskretisierung von (3.16) in beide Raumrichtungen verzichtet werden, wenn zu erwarten ist, dass die Terme  $\frac{\partial}{\partial x}$  gegenüber denjenigen senkrecht dazu  $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)$  zu vernachlässigen sind. Das liefert den Grundgedanken für die in Abschnitt 3.1 bei den vorgestellten Modellansätzen unter Punkt 2 vorgestellte Modellgruppe. Als grober Richtwert für die Beurteilung dessen kann hierzu ein  $\lambda$ -Wert von  $(\gtrsim 50 \frac{W}{mK})$  angenommen werden. Liegt dieser höher, so können die Temperaturgradienten in der Speicherwand parallel zur Strömungsrichtung des Fluids in der Regel vernachlässigt werden. Damit kann zur ausschließlichen Berücksichtigung der Wärmeströme, die durch Temperaturgradienten senkrecht zur Strömungsrichtung induziert werden, ausgehend von (3.16) formuliert werden:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (3.25)$$

Für diese Gleichung lassen sich analytische Lösungen angeben. Zu deren Herleitung sollen zunächst konstante Materialparameter angenommen werden. Mit der Temperaturleitfähigkeit  $a = \frac{\lambda}{\rho c}$  lässt sich (3.25) vereinfachend darstellen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3.26)$$

Um die Lösungsfindung möglichst allgemein zu gestalten, werden folgende dimensionslose Variablen für Temperatur, Ort und Zeit eingeführt:

$$\theta = \frac{T_{inf} - T}{T_{inf} - T_0}, \quad \eta = \frac{y}{y_0}, \quad \tau = \frac{\lambda t}{c y_0^2}$$

Damit kann für (3.26) formuliert werden:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \quad (3.27)$$

Trennung der Variablen liefert den Prototypen der Lösungsfunktion:

$$\Theta(\tau, \eta) = \vartheta(\tau) \cdot H(\eta) \quad (3.28)$$

Eingesetzt in (3.27) ergibt sich:

$$H \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \tau \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \quad (3.29)$$

und nach Separation der abhängigen Variablen umgeformt lässt sich formulieren:

$$\frac{1}{\tau} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{1}{H} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \quad (3.30)$$

Damit wird die linke Seite von (3.30) unabhängig vom Ort, während die rechte Gleichungsseite die Abhängigkeit von der Zeit verliert. Daraus wiederum folgt, dass beide Seiten konstant sein müssen. Ein möglicher Wert für diese Konstante sei  $-a^2$ , womit zwei weitere DGLs angesetzt werden können:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + a^2 \tau = 0$$

und

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} + a^2 H = 0 \quad (3.31)$$

Diese beiden Gleichungen besitzen folgende Lösungen:

$$\vartheta = C_1 e^{-a^2 \tau}$$

und

$$H = C_2 \sin(a\eta) + C_3 \cos(a\eta) \quad (3.32)$$



Rücksubstitution von (3.28) mit diesen Partikularlösungen ergibt:

$$\Theta(\tau, \eta) = C_1 e^{-a^2 \tau} \cdot [C_2 \sin(a\eta) + C_3 \cos(a\eta)] \quad (3.33)$$

Je nach den vorliegenden Randbedingungen müssen hier komplexe Reihenentwicklungen durchgeführt werden. Die Lösungen sind dann Fourier-Reihen, welche die Anfangsbedingungen erfüllen müssen und dann mit Hilfe der Exponentialfunktion skaliert werden [37, 83]. Die Lösung für die Gleichung kann aber auch mit einem kombinierten Ansatz aus analytischer Funktion für die Zeitabhängigkeit und eines numerischen Algorithmus für den ortsabhängigen Teil erhalten werden. Die Beschreibung der Numerik findet sich in Abschnitt 4.1.2, nachfolgend ist die Methodik zur Lösungsfindung mit vereinfachenden Randbedingungen erläutert.

---

### Analytische Lösung für die Speicherelemente

---

Unter der Annahme, dass es ausreichend ist, für die als Wärmespeicher wirkende Zwischenwand eine mittlere kalorische Temperatur anzugeben, gilt für die beiden Teilsysteme eines Wärmetauschers für Formulierung der übertragenen Wärmemengen.

$$Q_{prim,fl_1}(t) = m_{fl_1}(t) \cdot (h_{fl_1}(t_0) - h_{fl_1}(t)) \quad (3.34)$$

$$Q_{prim,sp}(t) = k_{fl_1,sp} \cdot A_{fl_1,sp} \cdot (T_{sp}(t) - T_{fl_1}(t)) \quad (3.35)$$

$$Q_{sek,fl_2}(t) = m_{fl_2}(t) \cdot (h_{fl_2}(t_0) - h_{fl_2}(t)) \quad (3.36)$$

$$Q_{sek,sp}(t) = k_{fl_2,sp} \cdot A_{fl_2,sp} \cdot (T_{fl_2}(t) - T_{sp}(t)) \quad (3.37)$$

Gleichsetzen von jeweils (3.34) mit (3.35) und (3.36) mit (3.37) sowie nachfolgender Integration über den Zeitschritt liefert die beiden Austrittstemperaturen der Fluide  $T_{fl_1}(t)$  und  $T_{fl_2}(t)$ . Die Äquivalenz dieser Wärmemengen gilt unabhängig von der Zeitspanne, über die integriert wird. Eine weitere Vereinfachung von (3.27) ergibt sich daraus, dass das Speicherelement als homogene thermische Masse angenommen wird. Alle Temperaturprofile entlang der Speicherwand sind linear gemäß der stationären Lösung von (3.26), welche entsprechend  $\frac{dT}{dy} = const$  ein derartiges Profil nach sich zieht. Die sich ergebende mittlere Temperatur der Speicherwand kann mit Hilfe der Wärmeströme und den Wärmedurchgangskoeffizienten  $k$  bestimmt werden. Bis zur Wandmitte gilt für den Koeffizienten  $k_i$ :

$$\frac{1}{k_i} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{s}{2\lambda} \quad (3.38)$$

Gleichsetzen der Wärmestromdichten führt zu:

$$k_1 \cdot (T_1 - T_M) = k_2 \cdot (T_M - T_2) \quad (3.39)$$

und aufgelöst nach  $T_M$ :

$$T_M = \frac{k_1 \cdot T_1 + k_2 \cdot T_2}{k_1 + k_2} \quad (3.40)$$

$T_M$  stellt in Form der stationären Lösung bei instationärer Berechnung das Ergebnis für  $t \rightarrow \infty$  dar und soll für die folgenden Überlegungen mit  $T_\infty$  bezeichnet werden. Wenn das Volumenelement über eine thermische Masse und damit über eine Speicherzeitkonstante verfügt, ergibt sich nach Änderung der Randbedingungen nicht sofort ein neuer Wert für  $\bar{T}_{Speicher}$  gemäß (3.40). Die Lösung hierfür ist mit Hilfe einer Koppelung von Bilanz und einem Transportansatz für den Wärmeübergang zwischen Fluid und Speicher zugänglich. Aus

$$m_{sp} \cdot c_{sp} \cdot \frac{d\bar{T}_{Speicher}(t)}{dt} = -kA(\bar{T}_{Speicher}(t) - T_\infty) \quad (3.41)$$

folgt nach Trennung der Variablen sowie Zusammenfassung der Parameter zur Zeitkonstante  $\tau_{Speicher} = \frac{m \cdot c_p}{k \cdot A}$  und Integration:

$$\bar{T}_{Speicher}(t) = \bar{T}_\infty + (\bar{T}_{Speicher}(t_0) - \bar{T}_\infty) \cdot \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_{Speicher}}\right) \quad (3.42)$$

Der mit Hilfe von (3.42) erhaltene Wert für  $T_{\text{Speicher}}^t$  liefert den aktuellen Funktionswert am Ende des Zeitschrittes. Entsprechend den Überlegungen im vorangegangenen Kapitel 3.2.3 kann dieser Wert bei weiteren Berechnungen nicht direkt ausgegeben werden, da für eine korrekte Bilanzierung der zeitlich veränderlichen Variablen der integral gemittelte Funktionswert benötigt wird, dessen ebenfalls analytisch formulierbare Lösung lautet:

$$\overline{T}_{\text{Speicher}}(t) = \overline{T}_{\infty} + (\overline{T}_{\text{Speicher}}(t_0) - \overline{T}_{\infty}) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t - t_0}{\tau_{\text{Speicher}}}\right)\right) \cdot \frac{\tau_{\text{Speicher}}}{t - t_0} \quad (3.43)$$

Die doppelte Linie über der Variablen  $T$  zeigt an, dass es sich nun neben der kalorischen Mitteltemperatur zusätzlich über die zeitlich gemittelte handelt.

### 3.2.5 Bilanzierung des Wärmetauschers

Für die Bilanzierung eines transienten Wärmetauschers kann für die Fluide (3.22) mit (3.18) oder mit (3.25) kombiniert werden. Eine Verknüpfung der Gleichungen findet über die entsprechenden Randbedingungen statt, welche in allen Fällen von 3. Art sind. Die übergelassenen Wärmeströme hängen vom Temperaturgradienten und dem Wärmeübergangskoeffizienten ab. Von der Geometrie her betrachtet, wird der Wärmetauscher wie zwei konzentrisch ineinander geschachtelte Rohre behandelt. Das primärseitige Fluid bildet den innersten Kern und grenzt an die speichernde Trennwand zum sekundärseitigen Fluid, welches durch einen ringförmigen Querschnitt strömt. Dieser kann von einer ebenfalls Wärme speichernden Außenwand thermisch mit der Umgebung in Kontakt gebracht werden. Diese Anordnung bietet den großen Vorteil, dass zwei räumliche Dimensionen für die Modellierung ausreichen.

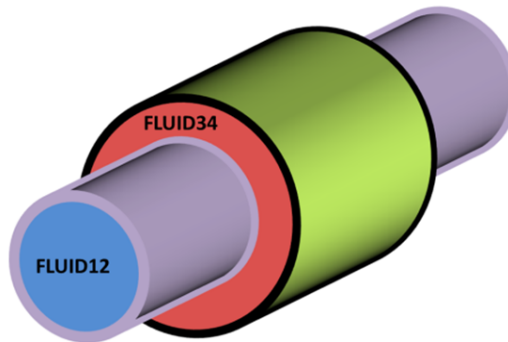


Abbildung 3.4.: Aufbau und Geometrie des transienten Wärmetauschers

## 3.3 Übertragungsfunktionen

Dieser auch in der Regelungstechnik oft verwendete Ansatz[90] bietet auf abstrakter Ebene die Möglichkeit, transiente Vorgänge mit analytischen Funktionen abzubilden. Die nachfolgende Abbildung 3.5 verdeutlicht zunächst einmal die grundsätzlichen Überlegungen, welche zu dem vorgestellten Ansatz führen:

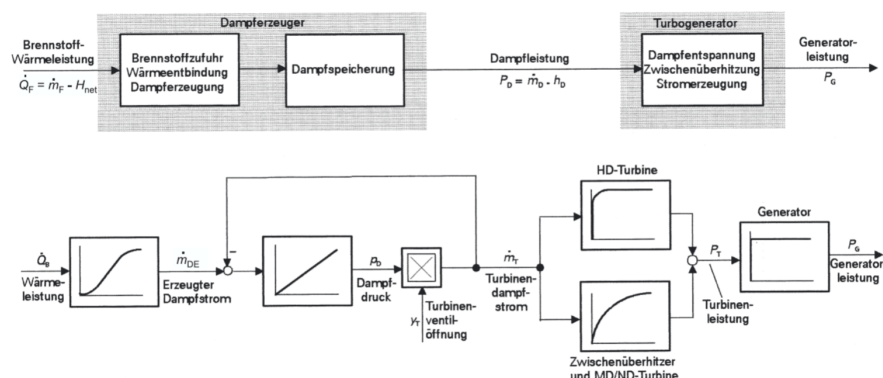


Abbildung 3.5.: Einsatz von Übertragungsfunktionen im Kraftwerksbereich[130]

Diese, der VDI-Richtlinie 3508[130] entnommene Verschaltung, zeigt auf, dass die Dynamik eines Kraftwerksblockes im Wesentlichen durch die Eigenschaften von Dampferzeuger und Turbosatz sowie durch das Kreislaufsystem bestimmt werden. Hieraus ergibt sich eine Aufteilung in die in der oberen Hälfte der Abbildung dargestellten drei Teilprozesse:

1. Brennstoffzuführung und Dampferzeugung
2. Dampfspeicherung
3. Dampfentspannung und Stromerzeugung

Für den ersten Teil ist die Eingangsgröße die Brennstoffwärmeleistung aus dem Produkt Brennstoffmassenstrom  $\dot{m}_B$  und Heizwert  $H_u$ . Dieser Teilprozess beinhaltet alle Übertragungselemente der Brennstoffzufuhr (einschließlich Kohlemühlen, sofern vorhanden), Feuerung, Wärmeübertragung sowie Wärmespeicherung und Dampferzeugung. Hieraus ergibt sich ein Zeitverhalten höherer Ordnung mit Ausgleich, welches sich kennzeichnet durch eine Verzugszeit  $T_u$  und eine Ausgleichszeit  $T_g$ .

Der zweite Teil hat als innere, nicht messbare Größe den erzeugten Dampfstrom  $\dot{m}_{DE}$  als Eingangsgröße sowie die Turbinenventilöffnung  $y_T$ . Am Ausgang des Systems finden sich der Turbinendampfstrom  $\dot{m}_T$  und der Frischdampfdruck  $p_D$ . Dieser Teilprozess stellt die Massenspeicherung des Dampfes im Dampferzeuger dar. Aus der Differenz zwischen dem erzeugten Dampfstrom  $\dot{m}_{DE}$  und dem abgegebenen  $\dot{m}_T$  wird in dem als Integrator fungierenden Speicher der Dampfdruck  $p_D$  gebildet.

Am Ende steht die Generatorleistung  $P_G$  als Ausgangsgröße mit dem Eingang  $\dot{m}_T$ . Dieser Teilprozess enthält folglich die Umsetzung der thermischen Leistung in elektrische. Das Zeitverhalten der Turbine und des Generators kann im Vergleich zu dem des Dampferzeugers vernachlässigt werden. Ein evtl. vorhandener Zwischenüberhitzer stellt in Verbindung mit den Verbindungsrohrleitungen einen zusätzlichen Speicher dar, der wie eine Zeitverzögerung 1. Ordnung wirkt.

### 3.3.1 Abstrakte Übertragungsfunktion

Sehr viele Vorgänge, die mit dynamischem Wärmeübergang verbunden sind, oder in Bauteilen auftreten, die Masse ein- oder ausspeichern können, lassen sich in ausgewählten Fällen bereits sehr gut mit einem  $PT_1$ -Verhalten in Kombination mit einem Totzeitglied abbilden. Die Übertragungsfunktionen für derartiges Verhalten genügen in der Regel einem Ansatz der Form

$$\frac{dF}{dt} = \frac{1}{\tau} (F - F_0)^n \quad (3.44)$$

Diese parametrische DGL geht für  $n = 1$  und mit Einführung einer Totzeit in ein  $PT_1$ -Glied mit der Übertragungsfunktion über:

$$\tau \cdot \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t - T_t) \quad (3.45)$$

Analytische Lösungen können mit Hilfe des Ansatzes der Variablentrennung generiert werden. Die erforderlichen Parametersätze ( $\tau, n, K, T_t$ ) können für die drei in thermodynamischen Systemen charakteristischen physikalischen Größen ( $\dot{m}, h, p$ ) separat hinterlegt werden. Etwas komplexer gestaltet sich das Realisieren der Totzeiten, hier muss für analytische Lösungen auf die entsprechende Laplace-Transformation zurückgegriffen werden. Der Grundgedanke dabei ist, Differentialgleichungen in algebraische zu überführen, was durch eine Übertragung vom Zeit- in den Frequenzbereich bewirkt wird:

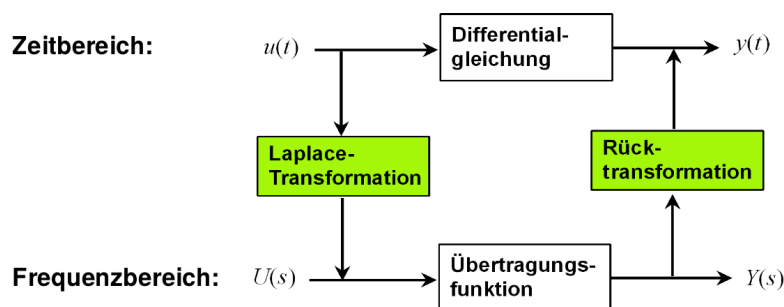


Abbildung 3.6.: Schema Laplace-Transformation[80]

Mathematisch ist dazu folgender Schritt erforderlich:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3.46)$$

Ganz allgemein können Gleichungen wie (3.44) nach der Transformation in den Frequenzbereich über eine Übertragungsfunktion verknüpft werden, es gilt dieser Zusammenhang:

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) \quad (3.47)$$

Für (3.45) ergibt sich, hier noch ohne Totzeit:

$$T_1 s Y(s) + Y(s) = K U(s) \quad (3.48)$$

und daraus die Übertragungsfunktion:

$$G_{PT_1}(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{T_1 s + 1} \quad (3.49)$$

Die in den Bildbereich transformierte Übertragungsfunktion erhält für die Totzeit noch die Erweiterung wie folgt:

$$G_{T_t}(s) = e^{-s \cdot T_t} \quad (3.50)$$

Damit ergeben sich für (3.45) die Übertragungsfunktionen, welche die Eingangsgrößen mit dem Ausgang verknüpfen:

$$G_{PT_1, T_t}(s) = G_{PT_1}(s) \cdot G_{T_t}(s) = \frac{K \cdot e^{-s \cdot T_t}}{T_1 s + 1} \quad (3.51)$$

Lösungen für die inverse Transformation dieser Funktion finden sich in der Literatur bei Doetsch[31] sowie im Abschnitt A.6 bei der Herleitung des  $\kappa_D$ -Verfahrens. Erläuterungen zur numerischen Behandlung der Totzeit finden sich in Kapitel 4 in Abschnitt 4.2.1.

### 3.3.2 Physikalisch abgeleitete Übertragungsfunktion

Der große Vorteil von Übertragungsfunktionen, deren einfache (numerische) Lösbarkeit, wird von folgenden Nachteilen beeinträchtigt. Zum einen kann die Herleitung der erforderlichen Zeitkonstanten und in bestimmten Fällen auch die Ordnung der Funktion nicht ohne entsprechendes physikalisches Wissen erfolgen. Zum anderen ist die Ermittlung oder Anpassung der Zeitkonstanten und Funktionsordnung bei Kenntnis von Sprungantworten prinzipiell möglich, hier besteht in der Praxis allerdings zumeist das Problem, dass das beobachtete Zeitverhalten in den seltensten Fällen von nur einer Komponente und nur einer sich ändernden Größe stammt. Vielmehr wird das Resultat des Zusammenwirkens verschiedener Einflüsse sichtbar, was die Bestimmung der Parameter einer einzelnen Übertragungsfunktion erheblich erschwert oder ganz unmöglich macht.

### Verwendung von Kenngrößen der Impulsbilanz

Eine Hilfestellung zur Ermittlung von Zeitkonstanten für die Massenspeicherung, z.B. in Verdampfer-Rohrleitungen, ist durch die Analyse der Impulsgleichung (3.12) verlustbehafteter Rohrströmungen zugänglich. Der transiente Term in dieser Gleichung bleibt für diese Analyse unberücksichtigt, weil die stationäre Betrachtung bereits die Kernaussage ermöglicht. Es gilt für  $\frac{\partial}{\partial t}(\rho w_x) = 0$ :

$$p_1 - p_2 = -\rho_1 \frac{v_1^2}{2} + \rho_2 \frac{v_2^2}{2} + \frac{1}{L} \int_0^L \zeta \rho \frac{\bar{v}^2}{2} dl \quad (3.52)$$

mit

$p_1, p_2$  Druck am Leitungsein-/austritt

$\rho_1, \rho_2$  Dichte des Fluids

$v_1, v_2$  Strömungsgeschwindigkeit des Fluids

$\zeta$  Druckverlustbeiwert der Rohrleitung

Es kann gezeigt werden, dass mit einer Analyse stationärer Parameter sowie den Stoffdaten eines in einer Leitung strömenden Fluides Aussagen über die zu erwartenden Zeitkonstanten bei Änderung des Massenstromes gemacht werden können. Das ermöglicht, die Parameter für eine Übertragungsfunktion aus den physikalischen Daten zu generieren. Weitere Erläuterungen hierzu finden sich in der im Anhang A.6.

Um einerseits die Vorteile der Übertragungsfunktionen in Bezug auf die Rechengeschwindigkeit nutzen und andererseits den Nachteil der Abstraktheit dieser Bausteine kompensieren zu können, bietet sich ein kombiniertes Modell an, welches aus der Bauteilphysik und den Betriebsparametern selbständig die entsprechenden Funktionen erstellt. Im Anhang A.6 wird dieses Berechnungsmodell kurz skizziert und erläutert. Der Grundgedanke ist das Erstellen einer analytisch und im Weiteren auch numerisch (mit diskreten Zeitintervallen) lösbaren Übertragungsfunktion, deren Eingangsparameter aus physikalischen Größen ermittelt werden. Dazu werden die beiden gekoppelten Energiegleichungen, abgeleitet von (3.16) und (3.19) für die Speicherwand mit Vereinfachungen in Bezug auf die Wärmeleitung im Material

$$A_{Rohr} \rho c dx \frac{dT_{Rohr}}{dt} = \dot{q}_i d_i \pi dx \quad (3.53)$$

und das Fluid

$$A_{quer} \rho c_p dx \frac{\partial T_{fluid}}{\partial t} = \dot{q}_i d_i \pi dx - A_{quer} \rho c_p w \frac{\partial T_{fluid}}{\partial x} dx \quad (3.54)$$

mit Hilfe von Normierungen und einer Folge von Laplace-Transformationen in eine algebraisch lösbare Form gebracht und nachfolgend wieder in den Ausgangsbereich (Zeitbereich) zurück überführt. Die Rücktransformation in Bezug auf die Zeitvariable  $\tau$  sowie deren numerische Umsetzung wird im nachfolgenden Kapitel 4.2.2 erläutert[35].

## 4 Numerische Algorithmen zur Umsetzung der instationären Ansätze

In den folgenden Abschnitten wird dargelegt, wie die numerischen Algorithmen aus der mathematischen Modellierung abgeleitet werden und wie sie prinzipiell in den Löser eines Softwarepaketes eingebunden werden können.

### 4.1 Numerische Lösung für den Speicher

Weil sich die meisten Fragestellungen im Bereich dynamischer Wärmetauscher und thermischer Speicher, wie in Abschnitt 3.2.5 beschrieben, auf eine Rohrgeometrie zurückführen lassen, erweisen sich unter der Randbedingung völliger Axialsymmetrie zwei räumliche Dimensionen als ausreichend für die Erstellung vieler Komponenten und Teilmodelle. Das verdeutlicht der Schnitt einer Rohrwand in nachfolgender Abbildung 4.1:

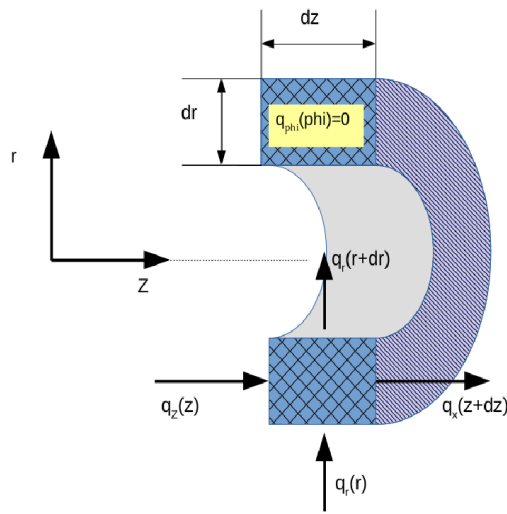


Abbildung 4.1.: Energiebilanz um ein differentielles Volumenelement für eine Rohrleitung

Für die radialsymmetrische Geometrie werden zunächst Zylinderkoordinaten verwendet, wobei aufgrund der Annahme  $q_{\phi}(\phi) = 0$  das Problem auf zwei räumliche Dimensionen reduziert werden kann. Die Bezeichnungen und Definitionen für das differentielle Volumenelement ergeben sich wie folgt:

- Länge der Kanten:  $dr, dz$
- Stirn- und Mantelflächen:  $dA_z = 2r\pi \cdot dr$ ,  $dA_r = 2r\pi \cdot dz$
- Volumen:  $dV = dA_z dz$  oder  $dV = 2r\pi \cdot dr dz$

Eine Modellierung ausgehend von (3.17) liefert folgendermaßen die Grundlage für die Numerik. Die Integration über ein Kontrollvolumen oder Volumenelement gestaltet sich, ausgehend von (3.18) wie folgt:

$$\iiint_V \rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} dV = \iiint_V \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) \right] dV \quad (4.1)$$

Vereinfachend kann, bedingt durch den Wegfall des Integrals  $\int d\phi$ , für das Volumenelement geschrieben werden:

$$2\pi \int_z \int_r \rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} r dr dz = 2\pi \int_z \int_r \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) \right] r dr dz \quad (4.2)$$

Nun kann der Gaußsche Integralsatz[135] auf (4.2) angewendet werden:

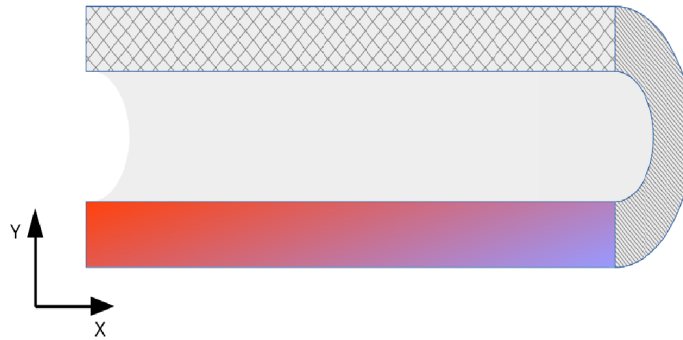
$$\iiint_V \frac{\partial F_i}{\partial x_i} dV = \iint_A F_i n_i dA_i \quad (4.3)$$

Hieraus resultiert die Energiebilanz für das Volumenelement:

$$2\pi \int_z \int_r \rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} r dr dz = 2\pi \int_z \left( \lambda r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} n_z \right) dz + 2\pi \int_r \left( \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial z} n_r \right) r dr \quad (4.4)$$

Der Term  $r dr$  für das differentielle Flächenelement  $dA_r$  berücksichtigt die Tatsache, dass das normal zum Radius orientierte Flächenelement linear mit diesem anwächst. Diesem Umstand kann bei der numerischen Lösung einfach Rechnung getragen werden, indem man der Bilanzierung diskrete Kreisringe und Zylinder-Mantelflächen zugrunde legt (siehe hierzu auch die Modellbeschreibung im Anhang A.2).

Schneidet man die Rohrwand entlang ihrer Längsachse auf, entsteht, hier exemplarisch für das Temperaturprofil, folgende 2D-Ansicht.



**Abbildung 4.2.:** Radialer Schnitt Rohrwand für Temperaturprofil

Die Temperaturverteilung in den Wänden der Speichermedien kann folglich ausgehend von (3.16) in 2D folgendermaßen in ihrer differentiellen Form trotz der Zylindergeometrie unter Verwendung von kartesischen Koordinaten abgebildet werden. Für das Temperaturfeld  $T = T(t, x, y)$  gilt damit:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.5)$$

Da analytische Lösungen sowohl von (3.18) als auch von (4.5) mit dem Computer nur schwer zugänglich sind, respektive bei variablen Stoffdaten ( $c = c(T)$ ,  $\rho = \rho(T)$  und  $\lambda = \lambda(T)$ ), muss diese Differentialgleichung in eine numerisch auswertbare Differenzengleichung umgewandelt werden. Zu beachten ist einerseits hier, dass nur an diskreten Gitterpunkten Informationen zur Verfügung stehen, wie die nachfolgende Abbildung 4.3 verdeutlicht:

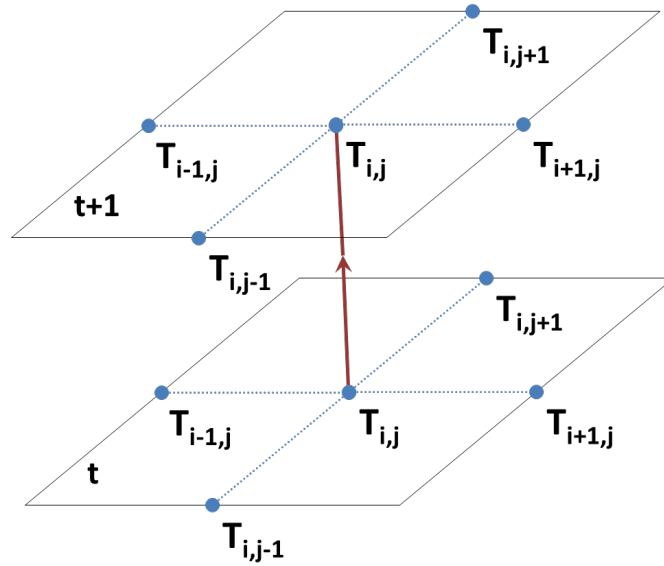


Abbildung 4.3.: Differenzstern 2D

Die untere Ebene bildet hierbei die Verhältnisse zum Zeitpunkt  $t$  ab, während darüber die Entwicklung entlang der Zeitachse bis  $t + 1$  angezeigt wird. Die die Differentiale an einem bestimmten Punkt approximierenden Differenzenausdrücke sind Funktionen der umgebenden Nachbarwerte. Die Entwicklung von Differenzenausdrücken für die abhängige Variable erfolgt mit Hilfe von Taylorreihen um eine Stützstelle. Mit Hilfe dieser Reihenentwicklung wird das Differential ersetzt durch eine Approximation über Differenzen plus einem Abbruchfehler  $\tau$ , der die nicht berücksichtigten Terme der Reihe repräsentiert.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} + \tau \quad (4.6)$$

Auf diesen soll jedoch an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden, hier sei auf entsprechende Fachliteratur verwiesen, Ansätze hierzu sind bei Hänel [59] aufgeführt. Mit den beschriebenen Reihenentwicklungen ist bereits ein wesentlicher Bestandteil der numerischen Lösungsverfahren erklärt. Für jede Stützstelle des Rechengitters können die entsprechenden Differenzengleichungen formuliert werden, damit entsteht ein System algebraischer Gleichungen, welches gelöst werden muss. Je nachdem, wie die Ableitungen formuliert werden, entstehen unterschiedlich starke Koppelungen der Unbekannten untereinander. Für die Lösungsverfahren werden im Wesentlichen zwei Klassen von Ansätzen formuliert, die expliziten und die impliziten Verfahren. Ein explizites Differenzenschema liegt dann vor, wenn sich eine Unbekannte an einer Diskretisierungsstelle direkt aus den bereits bekannten Variablen berechnen lässt. Hier besteht nur eine Koppelung mit den Nachbar-Stützstellen über den aktuellen Zeitschritt, das heißt hier, dass die Temperatur  $T_{i,j}^{t+1}$  nur aus Beiträgen mit der Indizierung  $T_{i,j}^t$  berechnet wird. Dieses Verfahren ermöglicht eine schnelle, wenig Rechenzeit in Anspruch nehmende und einfache Lösung, ist aber mit dem Nachteil behaftet, dass es nicht ohne weiteres konvergenzstabil ist. Die Wahl der Schrittweiten ist hier eingeschränkt. Beim Gegenmodell spricht man von impliziten Verfahren, welche mit unterschiedlich stark gekoppelten Variablen arbeiten. Das beseitigt den Nachteil der expliziten Verfahren, fordert aber infolge der Notwendigkeit rekursiver Algorithmen einen höheren Aufwand in der Lösungsfindung. Nachfolgend wird das Crank-Nicolson-Verfahren, welches 2. Ordnung ist, als eine Mischform der beiden Schemata vorgestellt.

#### 4.1.1 Crank-Nicolson-Verfahren

Zur numerischen Behandlung von (4.5) wird für die Erstellung eines Lösungsverfahrens auf das Crank-Nicolson-Verfahren zurückgegriffen. Diese konvergenzstabile und bewährte Methode zur numerischen Lösung der partiellen DGL für die Wärmeleitung ist ein implizites Verfahren 2. Ordnung, welches mit Matrizenrechnungen Lösungen der folgenden Differenzen-Gleichung generiert [27]:

$$T_{i,j}^{t+1} = T_{i,j}^t + \frac{1}{2} \cdot \frac{a \Delta t}{(\Delta x)^2} \cdot \left[ \left( T_{i-1,j}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i+1,j}^{t+1} \right) + \left( T_{i-1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i+1,j}^t \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{a \Delta t}{(\Delta y)^2} \cdot \left[ \left( T_{i,j-1}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i,j+1}^{t+1} \right) + \left( T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t \right) \right] \quad (4.7)$$



Da auf beiden Seiten der Gleichung Terme des Folgezeitschrittes vorkommen, wird das Verfahren implizit. Durch den Faktor  $1/2$  erhält man hier eine Kombination aus dem expliziten Euler-Vorwärts-Verfahren und dem impliziten Euler-Rückwärtsschema. Die Temperaturleitfähigkeit  $a$ , welche die Materialparameter  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$  beinhaltet, wird nur hier für die Herleitung der Bestimmungsgleichung für  $T_{i,j}^{t+1}$  vorgezogen, bei der Berechnung erfolgt die Einbindung in die Matrizen, um die Temperaturabhängigkeit dieser Größen korrekt berücksichtigen zu können.

Das Crank-Nicolson-Verfahren ist ohne zusätzliche Bedingungen numerisch stabil, es können aber trotzdem bei sehr großen Zeitschritten Störungen und Schwingungen auftreten. Nach Ferziger[36] kann die DGL aus (4.7) auch wie folgt geschrieben werden:

$$A_P T_{i,j}^{t+1} + A_{E,j} T_{i+1,j}^{t+1} + A_{E,i} T_{i,j+1}^{t+1} + A_{W,j} T_{i-1,j}^{t+1} + A_{W,i} T_{i,j-1}^{t+1} = Q_{i,j}^t \quad (4.8)$$

Mit den Zusammenhängen, hier formuliert für äquidistante örtliche Diskretisierungen  $\Delta x$  und eine konstante Temperaturleitfähigkeit  $a$ :

$$A_{E,j} = -\frac{a}{2(\Delta x)^2}$$

$$A_{E,i} = -\frac{a}{2(\Delta x)^2}$$

$$A_{W,j} = -\frac{a}{2(\Delta x)^2}$$

$$A_{W,i} = -\frac{a}{2(\Delta x)^2}$$

$$Q_{i,j}^t = \left( A_{W,j} + A_{W,i} + A_{E,j} + A_{E,i} + \frac{1}{\Delta t} \right) T_{i,j}^t - A_{E,j} T_{i+1,j}^t - A_{E,i} T_{i,j+1}^t - A_{W,j} T_{i-1,j}^t - A_{W,i} T_{i,j-1}^t$$

und

$$A_P = \frac{1}{\Delta t} - (A_{E,i} + A_{E,j} + A_{W,i} + A_{W,j}) \quad (4.9)$$

Als problematisch in Bezug auf die Stabilität des Verfahrens kann sich ein negativer Wert der Summe  $A_{W,j} + A_{W,i} + A_{E,j} + A_{E,i} + \frac{1}{\Delta t}$  erweisen, da bei großer Zeitschrittweite, also  $\Delta t \rightarrow \infty$  dieser Term potentiell kleiner als die Summe der Koeffizienten  $A_{xx}$  werden kann.

Der in Abbildung 4.3 grafisch dargestellte Zusammenhang der einzelnen Größen für ein zweidimensionales Problem, bzw. der Aufbau des Crank-Nicolson-Diskretisierungsschemas zeigt, dass die Zielgröße, hier  $T_{i+1,j}^{t+1}$  von all den sie umgebenden anderen Größen beeinflusst wird. Die untere Ebene stellt den Zeitschritt  $t$  dar, die darüber liegende beinhaltet die Werte von  $t + 1$ . Das hieraus resultierende Gleichungssystem ist in seiner Lösung aufwendig und rechenintensiv. Daher wird ein Berechnungsverfahren aufgesetzt, ähnlich der von Peaceman und Rachford vorgeschlagenen ADI-Methode (Alternating Direction Implicit)[100]. Der Grundgedanke besteht darin, in der Raumrichtung alternierend jeweils einzelne Reihen des Temperaturfelds mit einen Zwischenschritt zu berechnen.

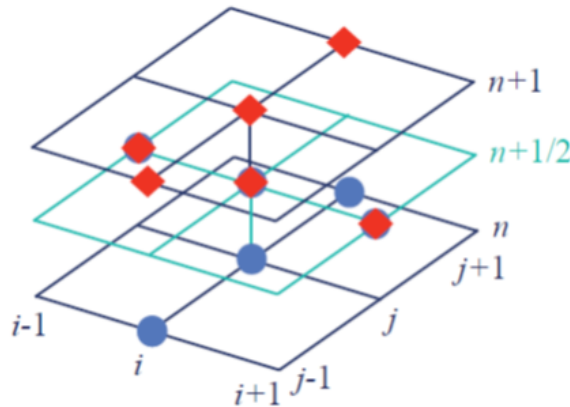


Abbildung 4.4.: Differenzenstern 2D für die ADI-Methode

Von der mathematischen Formulierung her gestaltet sich diese Vorgangsweise wie folgt:

$$T_{i,j}^{t+0.5} = T_{i,j}^t + \frac{1}{2} \cdot \frac{a\Delta t}{(\Delta x)^2} \cdot \left[ (T_{i-1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i+1,j}^t) + (T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t) \right] + \frac{1}{2} \cdot \frac{a\Delta t}{(\Delta y)^2} \cdot (T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t) \quad (4.10)$$

und nach der anderen Richtung der Matrixreihung hin entwickelt:

$$T_{i,j}^{t+1} = T_{i,j}^{t+0.5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a\Delta t}{(\Delta x)^2} \cdot (T_{i-1,j}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i+1,j}^t) + \frac{1}{2} \cdot \frac{a\Delta t}{(\Delta y)^2} \cdot \left[ (T_{i,j-1}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i,j+1}^{t+1}) + (T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t) \right] \quad (4.11)$$

Ausgehend von (4.10) und (4.11), wird das Gleichungssystem für die zwei Richtungen der Temperaturfeld-Matrix formuliert. Durch Umstellung aller Terme für den neuen Zeitschritt auf die linke Gleichungsseite und der bestehenden Werte für  $T$  auf die rechte Seite entsteht eine tridiagonale Koeffizienten-Matrix. Das nunmehr lineare Gleichungssystem für die Berechnung der neuen Temperaturen als Lösungsvektor für den Zeitschritt  $t^{n+0.5}$  lautet:

$$\begin{pmatrix} b_{1,j} & c_{1,j} & - & - & - \\ a_{2,j} & b_{2,j} & c_{2,j} & - & - \\ - & a_{3,j} & b_{3,j} & c_{3,j} & - \\ - & - & a_{4,j} & b_{4,j} & c_{4,j} \\ - & - & - & a_{M,j} & b_{M,j} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{1,j} \\ T_{2,j} \\ \dots \\ \dots \\ T_{M,j} \end{pmatrix}_{n+0.5} = \begin{pmatrix} d_{1,j} \\ d_{2,j} \\ \dots \\ \dots \\ d_{M,j} \end{pmatrix}_n \quad (4.12)$$

Nach Ermittlung der Lösungsvektoren  $\vec{T}_{j=1,N}$  wird das Verfahren mit vertauschten Zeilen und Spalten wiederholt, die Indizierung ändert sich für die Vollendung des Zeitschrittes  $t^{n+1}$ :

$$\begin{pmatrix} b_{i,1} & c_{i,1} & - & - & - \\ a_{i,2} & b_{i,2} & c_{i,2} & - & - \\ - & a_{i,3} & b_{i,3} & c_{i,3} & - \\ - & - & a_{i,4} & b_{i,4} & c_{i,4} \\ - & - & - & a_{i,N} & b_{i,N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_{i,1} \\ T_{i,2} \\ \dots \\ \dots \\ T_{i,N} \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} d_{i,1} \\ d_{i,2} \\ \dots \\ \dots \\ d_{i,N} \end{pmatrix}_n \quad (4.13)$$

Dieses Prozedere liefert die Lösungsvektoren  $\vec{T}_{i=1,M}^T$ . Sowohl für (4.13) als auch für (4.12) lauten die Koeffizienten im ganz allgemeinen Fall für (4.5) in der differenziellen Form:

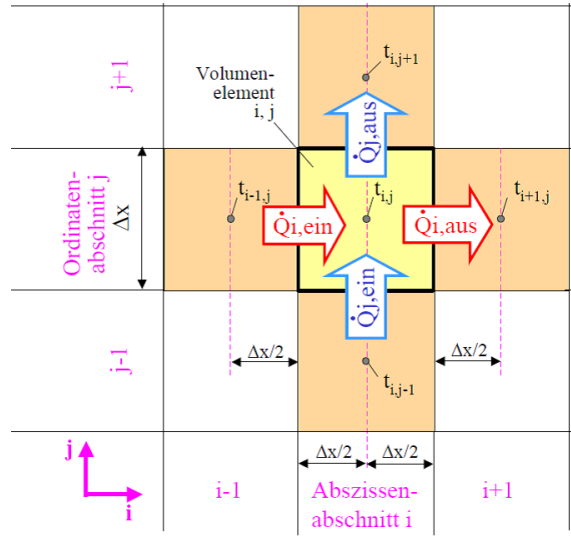
$$\begin{aligned} a_i & \text{ für die inneren Elemente mit der Indizierung } i > 1 \wedge i < M/N: -\frac{a\Delta t}{2\Delta x^2}, \quad \text{bzw. } -\frac{a\Delta t}{2\Delta y^2} \\ b_i & \text{ für die Elemente der Hauptdiagonalen: } 1 + \frac{a\Delta t}{2\Delta x^2}, \quad \text{bzw. } 1 + \frac{a\Delta t}{2\Delta y^2} \\ c_i & \text{ für die Indices } i < M/N: -\frac{a\Delta t}{2\Delta x^2}, \quad \text{bzw. } -\frac{a\Delta t}{2\Delta y^2} \\ d_i & \text{ für die Rechthandseite: } -c_i T_{i-1}^n + (1 + b_i + c_i) T_i^n - b_i T_{i+1}^n \end{aligned}$$

Da die Diskretisierung der beiden Raumrichtungen nicht notwendigerweise identisch sein muss, und zudem im Falle von Zylinder-Geometrien die Flächenelemente, die senkrecht zum Radius orientiert sind, sich mit diesem verändern, genügt es nicht, einen Faktor  $\frac{a\Delta t}{(\Delta x)^2}$  in die Gleichungen einzuführen. Vielmehr geht es in diesem Fall um das Lösen der integralen Energiebilanz mit Hilfe des numerischen Algorithmus. An Stelle der partiellen DGL wird aus (4.4) eine entsprechend integrierte Differenzengleichung auf der Basis von (4.7). Mit der Einführung eines „differenzen“ Volumenelementes  $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ , oder  $\Delta V = 2\pi r \Delta r \Delta z$  für die zylindrische Rohrgeometrie und der entsprechenden Flächenelemente  $\Delta A_x = \Delta y \Delta z$ , bzw.  $\Delta A_y = \Delta x \Delta z$  erhält man:

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{t+1} &= T_{i,j}^t + \frac{\Delta t}{(\Delta V \rho c_p)_{i,j}} \cdot \\ & \left( \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{\Delta x} A_{\perp i} \right)_{i,j} \left[ (T_{i-1,j}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i+1,j}^{t+1}) + (T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t) \right] + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda}{\Delta y} A_{\perp j} \right)_{i,j} \left[ (T_{i,j-1}^{t+1} - 2T_{i,j}^{t+1} + T_{i,j+1}^{t+1}) + (T_{i,j-1}^t - 2T_{i,j}^t + T_{i,j+1}^t) \right] \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Um die in (4.14) vorkommenden Differenzenquotienten einer korrekten numerischen Berechnung zugänglich machen zu können, ist bei deren Formulierung zu berücksichtigen, dass sich nach  $\Delta x/2$ , bzw.  $\Delta y/2$  an der begrenzenden Fläche des Diskretisierungselementes die Variablen ändern. Für eine Berechnung des Temperaturfeldes in einem Körper mit

veränderlichen Stoffparametern, Flächen- und Volumenelementen muss diesem Umstand Rechnung getragen werden. Das Rechengitter, mit dessen Hilfe die Bilanzierung der partiellen Wärmeströme im Speichermedium ausgeführt wird, erhält folgendes Schema[45]:



**Abbildung 4.5.:** Bilanzierung der Wärmeströme über die Flächenelemente

Gemäß diesem Bilanzierungsansatz können die Matrizenelemente formuliert werden:

$$\dot{Q}_{i,ein,i,j} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{s_{i-1,j}}{\lambda_{i-1,j}} + \frac{s_{i,j}}{\lambda_{i,j}} \right) \right]^{-1} A_{\perp i,i,j} (T_{i-1,j} - T_{i,j}) \quad (4.15)$$

$$\dot{Q}_{i,aus,i,j} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{s_{i,j}}{\lambda_{i,j}} + \frac{s_{i+1,j}}{\lambda_{i+1,j}} \right) \right]^{-1} A_{\perp i,i,j} (T_{i,j} - T_{i+1,j}) \quad (4.16)$$

$$\dot{Q}_{j,ein,i,j} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{s_{i,j-1}}{\lambda_{i,j-1}} + \frac{s_{i,j}}{\lambda_{i,j}} \right) \right]^{-1} A_{\perp j,i,j} (T_{i,j-1} - T_{i,j}) \quad (4.17)$$

$$\dot{Q}_{j,aus,i,j} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{s_{i,j}}{\lambda_{i,j}} + \frac{s_{i,j+1}}{\lambda_{i,j+1}} \right) \right]^{-1} A_{\perp j,i,j} (T_{i,j} - T_{i,j+1}) \quad (4.18)$$

An den Rändern zum Fluid, bzw. zur äußeren Isolierschicht ergeben sich die Gleichungen für die Wärmeflüsse mit den Werten für den fluidseitigen Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_{innen}$  und den  $\alpha_{ausen}$  sowie  $\frac{\lambda_{iso}}{d_{iso}}$ . Da der Wärmestrom durch den Temperaturgradienten zwischen Rohrwand und Fluid hervorgerufen wird, handelt es sich um eine Randbedingung 3. Art[45]:

$$\dot{Q}_{j,ein,i,j} = \left[ \frac{1}{\alpha_{innen}} + \frac{1}{2} \frac{s_{i,j}}{\lambda_{i,j}} \right]^{-1} A_{\perp i,i,j} (T_{fluid_i} - T_{i,j}) \quad (4.19)$$

$$\dot{Q}_{j,aus,i,j} = \left[ \frac{1}{2} \frac{s_{i,j}}{\lambda_{i,j}} + \frac{1}{\alpha_{ausen}} + \frac{d_{iso}}{\lambda_{iso}} \right]^{-1} A_{\perp i,i,j} (T_{i,j} - T_{fluid_i}) \quad (4.20)$$

Für das Rohrmodell muss die Indizierung entsprechend an das Koordinatensystem angepasst werden, siehe hierzu auch die Beschreibung der Komponente für den indirekten Speicher im Anhang unter A.2. Die Koppelung an die Energiebilanz für die Fluidelemente wird im nachfolgenden Kapitel 4.1.2 dargestellt.

#### 4.1.2 Numerische Verfahren zur Lösung der Energiebilanzen für die Fluidelemente

Zur Herleitung der Numerik für die Fluidelemente wird (3.22) aus Abschnitt 3.2.3 mit Vereinfachungen formuliert:

$$\frac{\partial}{\partial t} \varrho u = - \frac{\partial}{\partial x} \varrho w h + \dot{q}_y(x) \quad (4.21)$$

Der Term  $\frac{\partial}{\partial x} (-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x})$ , welcher den konduktiven Wärmeübergang innerhalb des Fluids bezeichnet, kann für die meisten Anwendungen mit strömenden Fluiden vernachlässigt werden. Die durch diesen Transportmechanismus ausgetauschten Wärmemengen sind gegenüber den konvektiven Anteilen um Größenordnungen kleiner<sup>1</sup>. Die Änderungen des Druckes werden ebenfalls vernachlässigt, weil die zu erwartenden Beiträge in der Regel bei durchströmten Rohren und Kanälen sehr gering ausfallen. Damit ergibt sich aus (4.21) folgende Gleichung, die numerisch zu lösen ist:

$$\frac{1}{V} \frac{\partial (u \cdot m)}{\partial t} = - \frac{1}{A_x} \frac{\partial (h \cdot \dot{m})}{\partial x} + \dot{q}_y(x) \quad (4.22)$$

Für die Diskretisierung ist es nun erforderlich, die geeigneten Schemata anzuwenden, um einerseits ein möglichst gutes und stabiles Konvergenzverhalten zu erzielen und andererseits den numerischen Fehler der Lösung entsprechend klein zu halten. Hierfür kommen verschiedene explizite Verfahren in Frage von welchen hier das Upwind-Verfahren zum Einsatz kommt, welches erster Ordnung ist. Es wird für die Zeitableitung eine *forward* und für die räumliche Differentiation eine *backward* Ableitung berechnet. Die auch als FTBS-Verfahren bezeichnete Methode gestaltet sich schematisch für eine zeitlich und örtlich abhängige Funktion  $u$  wie folgt [64, 75]:

$$\frac{u_x^{t+1} - u_x^t}{\Delta t} = -a \frac{u_x^t - u_{x-1}^t}{\Delta x} \quad (4.23)$$

Der evidente Vorteil dabei ist, dass sich der Funktionswert  $u_j^{k+1}$  in Bezug auf beide Diskretisierungen explizit aus bereits vorhandenen Werten ermitteln lässt. Für die Bilanzierung über ein definiertes Volumen  $V_i$  kann (4.22) in integraler Form geschrieben werden:

$$\frac{d(u \cdot m)_{i,fluid}}{dt} = (h \cdot \dot{m})_{i-1,fluid} - (h \cdot \dot{m})_{i,fluid} + \dot{Q}_{i,Speicher} \quad (4.24)$$

Und unter Verwendung eines diskreten Zeitschrittes kann diese Differentialgleichung in eine Differenzengleichung umgewandelt werden:

$$(u \cdot m)_{i,fluid}^{t+\Delta t} - (u \cdot m)_{i,fluid}^t = \left[ \overline{(h\dot{m})}_{i-1,fluid} - \overline{(h\dot{m})}_{i,fluid} + \overline{\dot{Q}_{i,Speicher}} \right] \cdot \Delta t \quad (4.25)$$

Der für die Lösungsfindung wichtigste Term ist die Wärmemenge, welche das Fluid mit dem Speicher austauscht. Hier kommen folgende zwei Ansätze in Betracht:

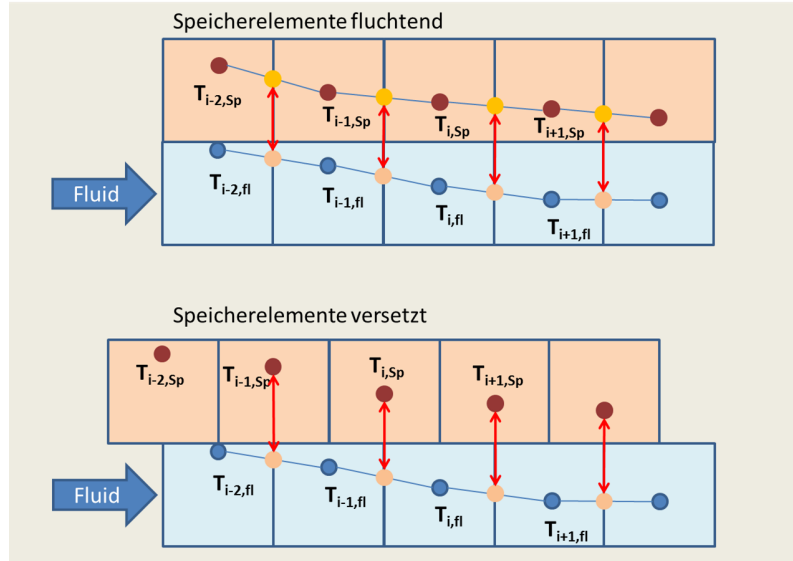
$$\dot{Q}_{i,Speicher} = kA(0.5 \cdot (\bar{T}_{i-1,Sp\_wand} + \bar{T}_{i,Sp\_wand}) - 0.5 \cdot (T_{i-1,fluid} + T_{i,fluid})) \quad (4.26)$$

sowie

$$\dot{Q}_{i,Speicher} = kA(T_{i,Sp\_wand} - 0.5 \cdot (T_{i-1,fluid} + T_{i,fluid})) \quad (4.27)$$

An dieser Stelle gilt es zu klären, auf welche Weise die Informationen der einzelnen Gitterpunkte verknüpft werden. In (4.26) ist die Lage der Stützstellen deckungsgleich, es wird sowohl bei den FLuid-Elementen als auch bei denen der Speicherwand stets zwischen zwei benachbarten Punkten interpoliert. (4.27) zeigt hier einen anderen Ansatz. Der Temperaturgradient wird weiterhin über die zwei benachbarten Fluidelemente mit den Indizes „i-1“ und „i“ gemittelt, auf der Seite der Speicherwand steht diesem Mittelwert jetzt nur die Temperatur des Wandelementes „i“ gegenüber. Man spricht hier von „staggered grids“, also versetzten Gitterpunkten [41]. Nachfolgende Skizze dient als Erläuterung zur Lage dieser Stützstellen und der Numerik.

<sup>1</sup> Eine Ausnahme bildet hier das in Abschnitt 4.1.4 vorgestellte Modell eines Schichtenspeichers



**Abbildung 4.6.:** Skizze der Lage der Stützstellen beim Upwind-Verfahren

Die Lösung nach (4.26) ist gegenüber dem einfachen Upwind-Verfahren in (4.27) (nur für die Fluidelemente) der genauere Ansatz, indem man für den Speicher ebenfalls mittlere Temperaturen ansetzt. An dieser Stelle sei noch auf das hier möglicherweise auftretende Problem hingewiesen, dass bei sehr kleinen Massenströmen thermodynamisch unsinnige Ergebnisse entstehen können, daher muss die berechnete Fluidtemperatur  $T_{i,Fluid}$  zwingend auf Konsistenz geprüft und gegebenenfalls korrigiert werden. Diese Numerik erfordert daher eine Abfragematik zur Verhinderung von Verstößen gegen den 2. Hauptsatz der Thermodynamik, da sich bei zwar korrekter Richtung der Gradienten im Falle sehr kleiner Fluidmassenströme falsche Temperaturen einstellen können. Möglich ist beispielsweise ein Wärmefluss vom Fluid an die Speicherwand und daraus resultierend eine höhere Temperatur im Speicher gegenüber dem Fluid, was gleichbedeutend damit wäre, dass ein Wärmestrom entgegen des Temperaturgradienten aufgetreten ist.

Mit diesen Überlegungen ist nun, die Entwicklung nach den gesuchten Größen  $h_{i,fluid}$  (was auch  $T_{i,fluid}$  eindeutig festlegt) und  $\dot{m}_{i,fluid}$  möglich. Dazu liefert (4.25) die Grundlage für das in den Modellen implementierte numerische Lösungsverfahren. Diese Gleichung erhält nach einer Äquivalenzumformung, die zur Darstellung als Funktion  $f(h_i)$  führt, folgendes Aussehen:

$$f(h_i) := (u(h_i) \cdot m(h_i))_{fluid}^{t+\Delta t} - (u \cdot m)_{i,fluid}^t - \left[ (\overline{hm})_{i-1} - (\overline{h_i \cdot \dot{m}(h_i)}) - \overline{\dot{Q}(h_i)_{Speicher}} \right] \cdot \Delta t \quad (4.28)$$

Zur allgemeinen Erläuterung sei an dieser Stelle ergänzend erwähnt, dass nach (4.26) und (4.27) der Wärmestrom  $\dot{Q}$  zwischen Fluid und Speicher durch eine Temperaturdifferenz hervorgerufen wird, welche ihrerseits wiederum eine Funktion der Fluidenthalpie ist. Der konvektive Teil aus (4.22) verbirgt sich in den Massenströmen, welche durch Ein- oder Ausspeichereffekte zeitliche Invarianzen aufweisen können, hier erfolgt die Koppelung mit der Enthalpie über das spezifische Volumen, welches der thermodynamischen Formulierung  $v := v(p, h)$  gehorcht. Die Abhängigkeit des Druckes von der Temperatur und damit auch wiederum von der Enthalpie, wird hier für die zumeist inkompressibel strömenden Fluide vernachlässigt. Im Allgemeinen sind Druckverluste gegeben oder bestimmen sich mit Hilfe von Widerstandsbeiwerten ( $\zeta$ ,  $^{64}/Re$ , o.ä.), womit zumeist eine hinreichend genaue Berücksichtigung gewährleistet ist. Auf Sonderfälle, in denen das zu berücksichtigen ist, wird später noch eingegangen.

Damit ist die Problemstellung auf die Suche einer Nullstelle  $f(h_i) = 0$  herunter reduziert. Für den neuen Zeitschritt muss folglich die Enthalpie im Fluidelement gefunden werden, die diese Bedingung erfüllt. Weil es sich hier um eine stark implizite Form handelt, ist eine numerische Lösung unumgänglich. Man bedient sich hier eines Ansatzes nach dem Typ "Regula Falsi", wie er in der Literatur zu finden ist [16].

#### 4.1.3 Zusätzliche numerische Berücksichtigung des Druckes

Die Gleichung (4.28) im Abschnitt 4.1.2 kann für den indirekten Energiespeicher erweitert werden, indem man auch die Terme, die den Druck (siehe dazu (3.22)) beinhalten mit in die iterative Berechnung einbezieht. Für gewöhnlich

wird dieser in den Komponenten über die Formulierung eines Druckverlustes bestimmt, hieraus ergibt sich bereits eine Abhängigkeit des Druckes vom Massenstrom gemäß:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot \sum \zeta_i \rho u^2 \quad (4.29)$$

Dieses Modell kennt jedoch keine Berücksichtigung der Veränderung des Druckes, wenn z.B. ein Gasspeicher befüllt wird. In diesem Fall besteht eine Abhängigkeit der beteiligten thermodynamischen Größen voneinander, was einen Ansatz dieser Art verlangt, wenn für diese Berechnung die beiden Massenströme am Ein- und Austritt des Bauteils gegeben sind:

$$m_i = \frac{V_i}{v_i(p, h)} \quad (4.30)$$

(4.30) besagt, dass sich die im differenziellen Volumenelement  $V_i$  enthaltene Masse des Fluids aus dessen spezifischem Volumen bestimmt. Dieser Ansatz führt mit Hilfe von (4.28) und der Massenbilanz über den Zeitschritt zur Lösung der Energiegleichung. Bei Vorgabe der Massenströme verändert sich das Bild entscheidend durch:

$$v_i^{t+\Delta t} = \frac{V_i}{m_i^t + \Delta m_i \cdot \Delta t} \quad (4.31)$$

Zur Lösung der Energiebilanz muss jetzt eine zusätzliche Randbedingung erfüllt werden, um der Gleichung für das spezifische Volumen  $v_i^{t+\Delta t} = v_i(p, h)$  zu genügen. Das erfordert eine Iteration über den Druck. Hierzu wird ebenfalls ein Ansatz vom Typ Regula Falsi gemacht.

#### 4.1.4 Berücksichtigung der axialen Wärmeleitung im Fluid

Unter bestimmten Bedingungen, wenn ein Fluid in einem Speicher sehr langsam strömt oder sehr große Verweilzeiten bestehen und es zudem über eine große Oberfläche verfügt, wie es beispielsweise in einem Schichtenspeicher der Fall ist, erfordert das die Berücksichtigung der axialen Wärmeleitung im Fluid. Die Energiegleichung erfährt damit eine Erweiterung um den folgenden Term:

$$\dot{Q}_{axi} = -\lambda \cdot A \frac{dT_{axi}}{dx} \quad (4.32)$$

mit

$\lambda$       Wärmeleitfähigkeit des Fluids

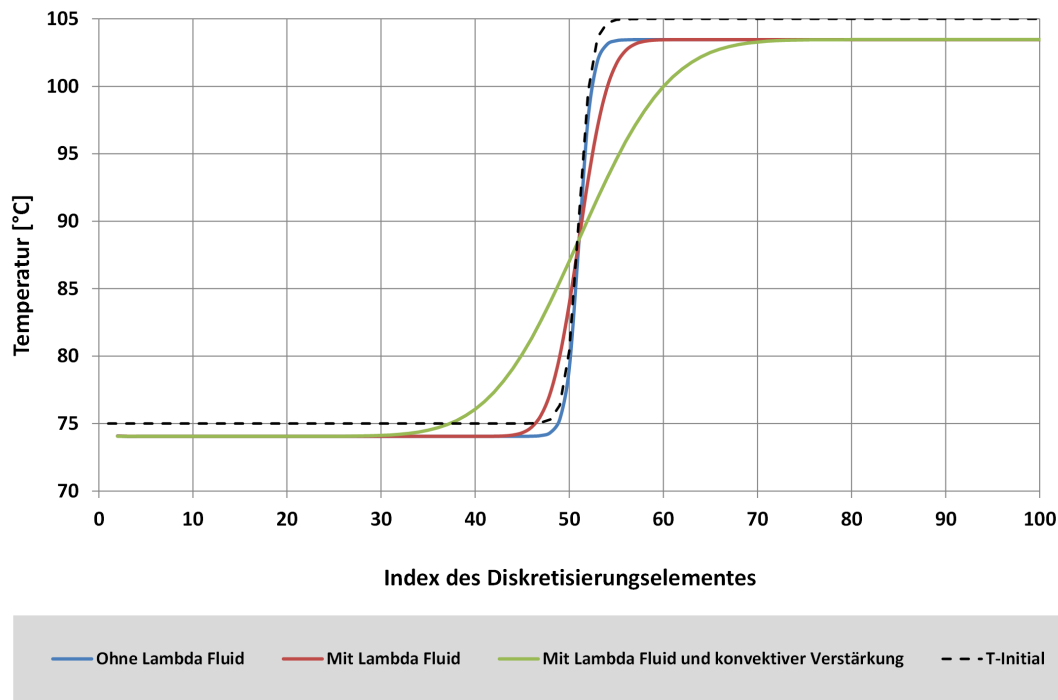
$A$       Querschnittsfläche des Speichers

$\frac{dT_{axi}}{dx}$       Temperaturgradient in Strömungsrichtung des Fluids

Die numerische Implementierung geht von der Überlegung aus, dass bei der Berechnung der Temperatur an der aktuellen Stützstelle der Einfluss beider Nachbarn, also derjenige des vorigen und der des nachfolgenden Fluidelementes zu berücksichtigen ist. In Verbindung mit den Daten des zurückliegenden Zeitschrittes lässt sich formulieren:

$$\dot{Q}_{axi} = \left[ \frac{\lambda_{x+\Delta x}}{2} \cdot (T_{x+1}^{t+1} + T_{x+1}^t - T_x^{t+1} - T_x^t) - \frac{\lambda_{x-\Delta x}}{2} \cdot (T_x^{t+1} + T_x^t - T_{x-1}^{t+1} - T_{x-1}^t) \right] \cdot \frac{A}{0.5s} \quad (4.33)$$

(4.33) beinhaltet mit dem Beitrag  $T_{x+1}^{t+1}$  eine implizite Formulierung, die prinzipiell unter Verwendung eines entsprechenden Lösungsalgorithmus berechnet werden muss. Da sich die hierdurch induzierten Wärmeströme durchweg um drei Größenordnungen gegenüber den anderen ausgetauschten Wärmeströmen unterscheiden, kann die iterative Bestimmung dieser Temperaturen in die allgemeine Schleife für die Energiebilanz mit aufgenommen werden. Die Auswirkungen auf die Ausbildung der thermischen Sprungschicht zeigt das Diagramm in Abbildung 4.7:



**Abbildung 4.7.:** Einfluss der axialen Wärmeleitung im Fluid auf die Ausbildung der thermischen Sprungschicht

Dargestellt sind die Ergebnisse in einer Kurvenschar für ein stehendes Fluid in einem Schichtenspeicher. Die Initialisierung erfolgt mit Hilfe der in Kapitel A.7 beschriebenen Tangenshyperbolicus-Funktion, dargestellt mit der schwarz gestrichelten Linie. Die Eckdaten sind dafür die beiden Temperaturen, einmal  $75^{\circ}\text{C}$  und  $105^{\circ}\text{C}$ , die sich ergebende Mitte der Schichtung liegt ebenfalls in Speichermitte und ist mit einer anfänglichen Mächtigkeit von  $2.0\text{m}$  vorgegeben. Nach  $168\text{h}$  mit einem mittleren Verlustwärmestrom von  $42.16\text{kW}$  an die Umgebung zeigen sich folgende Ergebnisse. Die Kurve ohne axiale Wärmeleitung behält ihre anfängliche Form bei. Lediglich die thermischen Verluste führen zu einer Abkühlung und damit zu einer leicht asymmetrischen Stauchung dieser Kurve, da der Temperaturgradient am rechten wärmeren Rand gegenüber der Umgebung größer ist als sein linksseitiges Pendant. Wird die Wärmeleitung innerhalb des weiterhin ruhenden Fluids zugeschaltet, so ergibt sich der rot dargestellte Verlauf in der Temperaturschicht. Bedingt durch den Wärmestrom in axialer Richtung verbreitert sich die Schichtung vom Anfangswert auf ca.  $3.6\text{m}$ . Noch stärker wird dieser Effekt, dargestellt mit der grünen Kurve, bei einer angenommenen konvektiven Verstärkung der Wärmeleitung um den Faktor 10, hier erstreckt sich die Schichtung am Ende der Zeitperiode über ca.  $10\text{m}$ .

---

## 4.2 Numerische Umsetzung und Algorithmen der Übertragungsfunktionen

---

### 4.2.1 Abstrakte Übertragungsfunktion

---

In Anlehnung an regelungstechnische Ansätze wird die Physik des Bauteils in einer der Gleichung (3.44) entsprechenden Funktion wiedergegeben. Unter der Annahme eines Quellterms, bzw. einer treibenden Kraft kann das Zeitverhalten allgemein mit einer DGL folgender Art formuliert werden:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{1}{\tau}(Ku(t) - y(t))^n \quad (4.34)$$

Mit:

$y(t)$ : Ausgangssignal auf Leitung 2 (M, H, P)

$\tau$ : Zeitkonstante

$n$ : Exponent

$K$ : Verstärkungsfaktor für Eingangssignal

$n$ : Exponent

$u(t)$ : Eingangssignal auf Leitung 1 (M, H, P)

Ganz allgemein kann (4.34) durch Trennung der Variablen integriert werden und erhält damit folgendes Aussehen:

$$\int \frac{dy(t)}{(Ku(t) - y(t))^n} = \frac{1}{\tau} \int dt \quad (4.35)$$

Wie bereits in Kapitel 3 im Abschnitt 3.3.1 beschrieben, sind die Lösungen dieser Gleichung analytisch zugänglich. Die einzige Transformation im Sinne einer numerischen Betrachtung ist die zeitliche Diskretisierung von (3.44), bzw. (4.35). Im Falle analytischer Lösbarkeit stellt das keine weiteren Schwierigkeiten dar. Lediglich das Einbeziehen von Totzeiten erfolgt wegen ihrer komplexen Übertragungsfunktion auf numerisch diskretisiertem Wege. Im günstigsten Falle, bei äquidistanten Zeitschritten, ist lediglich ein Verschieben der Eingangswerte auf der Zeitachse erforderlich. Wenn diese Bedingung nicht mehr erfüllt ist, gestaltet sich das Verfahren etwas komplexer, weil nach einer entsprechenden Verschiebung der Eingangswert innerhalb des betrachteten Zeitintervalls nicht mehr konstant ist, weil hier nicht nur ein Wert vorliegt. Außerdem muss die Totzeit nicht notwendigerweise ein Vielfaches der Zeitschrittweite sein, auch hier muss der Eingangswert entsprechend angepasst werden. Das Verfahren hierzu wird zusammen mit der allgemeinen Implementierung dieses Modellansatzes in der Software für das programmierte Bauteil genauer ausgeführt, eine umfangreichere Dokumentation findet sich im Anhang A unter A.5.

---

### 4.2.2 Numerik der physikalisch abgeleiteten Übertragungsfunktionen

---

Wie im Anhang A bei der Beschreibung des Berechnungsverfahrens für die Implementierung der physikalisch abgeleiteten Übertragungsfunktion in Abschnitt A.6 dargestellt, ergibt sich mit (A.40) für eine Temperaturstörung im Durchflussmedium im Laplace-Bildbereich eine Übertragungsfunktion dergestalt:

$$G(\phi) = e^{-\kappa_D \frac{p}{p+1}} \quad (4.36)$$

Sie bildet unter Vernachlässigung der Totzeitfunktion  $e^{-T_t/T_R}$  den Kern der drei angesprochenen Funktionen, welcher somit stets zu lösen ist. Die Rücktransformation von (4.36) in den Zeitbereich liefert eine komplex aufgebaute analytische Strecken-Übertragungs-Funktion:

$$\phi(\tau) = e^{-\kappa_D} \left[ e^{-\tau} I_0(2\sqrt{\kappa_D \tau}) + \int_0^\tau e^{-\tau} I_0(2\sqrt{\kappa_D \tau}) d\tau \right] \quad (4.37)$$

Deren Berechnung ist zwar prinzipiell auf dem Rechner möglich, weist aber den entscheidenden Nachteil auf, dass stets über die gesamte Zeithistorie integriert werden muss. Damit gestaltet sich die Auswertung diskreter Zeitschritte sehr

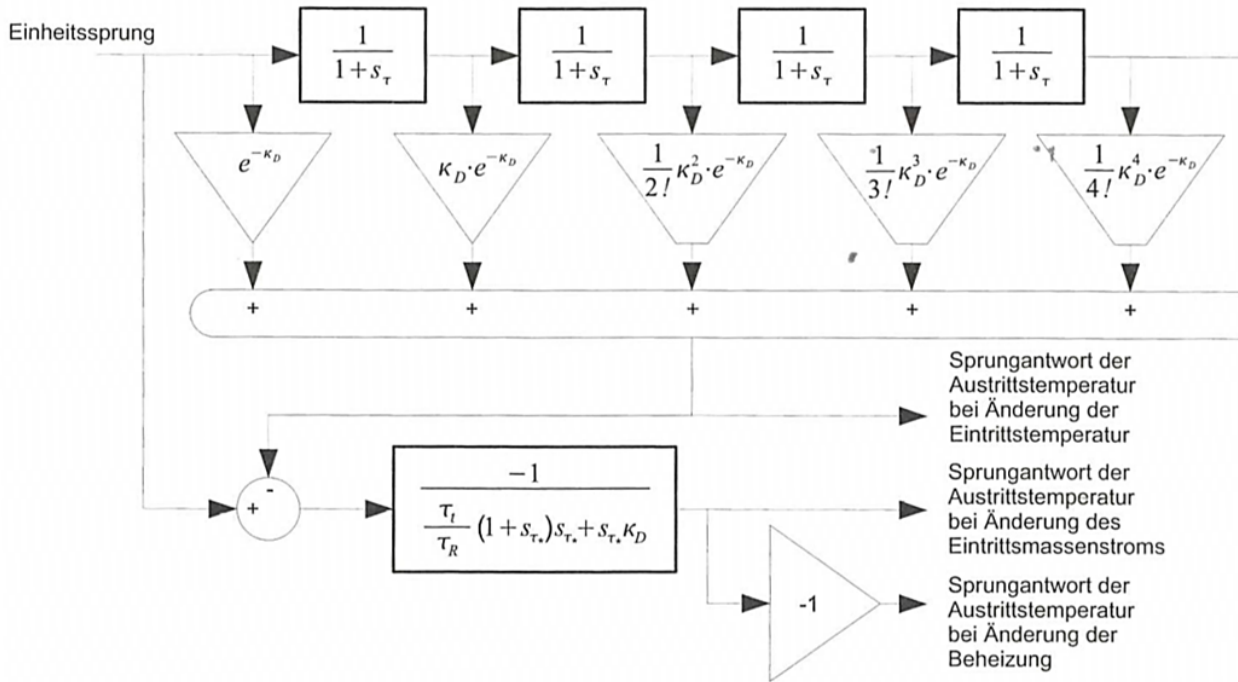


aufwändig, bzw. können die beiden Besselfunktionen nicht ohne weiteres über einen Zeitraum  $\Delta t$  berechnet werden.

Eine Reihenentwicklung der Exponentialfunktion in Kombination mit Voranstellen des konstanten Faktors  $e^{-\kappa_D}$  liefert folgendes Ergebnis:

$$G(\phi) = e^{-\kappa_D} \left[ 1 + \frac{\kappa_D}{p+1} + \frac{\kappa_D^2}{2!} \left( \frac{1}{p+1} \right)^2 + \frac{\kappa_D^3}{3!} \left( \frac{1}{p+1} \right)^3 + \dots \right] \quad (4.38)$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich ist hier mit wesentlich geringerem Aufwand möglich. Die einfache Funktion  $\frac{\kappa_D}{p+1}$  führt auf ein  $PT_1$ -Glieder mit entsprechender Gewichtung, während die Summe der Potenzreihe einer Kette von hintereinander geschalteten Verzögerungsgliedern entspricht, wie nachfolgend dargestellt.



**Abbildung 4.8.:** Vorlage zur numerischen Umsetzung des  $\kappa_D$ -Verfahrens

In Abbildung 4.8 ist die Vorlage für die numerische Umsetzung dieses Berechnungsverfahrens zu erkennen. Die  $PT_1$ -Glieder können entsprechend den Ausführungen in Kapitel 3.3.1 mit Hilfe einzelner Übertragungsfunktionen repräsentiert werden. Es sind dafür nur die entsprechenden Speicher zur Verfügung zu stellen, um die Übertragung der einzelnen Funktionswerte von einem zum anderen Zeitschritt zu gewährleisten. Eine detaillierte Beschreibung dieses Modells findet sich in Kapitel A.6.

## 5 Verifikation und Validierung der numerischen Modelle

Die Verifikation ist der Prozess der Beurteilung eines Programms oder eines Algorithmus mit der Zielsetzung, festzustellen, ob die mit diesem Algorithmus gelösten Gleichungen einerseits eine korrekte Implementierung aufweisen und somit eine systematisch und semantisch fehlerfreie Umsetzung der Lösung garantieren. Andererseits muss gewährleistet sein, dass die Berechnungen des Algorithmus eine korrekte Lösung der zugrunde liegenden Gleichungen liefern im Sinne eines möglichst kleinen numerischen Fehlers, und somit allen Vorgaben und Randbedingungen gerecht werden. Die Verifikation beinhaltet also den formalen Beweis der Korrektheit des Programms und damit verbunden, der darin enthaltenen Algorithmen. Wird beispielsweise die Differentialgleichung für die instationäre Wärmeleitung numerisch gelöst, so muss diese Lösung mit identischen Randbedingungen der analytischen entsprechen.

Validierung hingegen ist der Prozess der Beurteilung eines Modells, mit dem Ziel festzustellen, ob die spezifizierten Anforderungen erfüllt sind, was einem Abgleich mit der Realität entspricht[44, 42].

### 5.1 Analytische Nachrechnung

Als erste Methode zur Überprüfung der numerischen Berechnungsmodelle kommt eine Verifikation mit der Hilfe analytischer Lösungen zum Einsatz. Anhand einiger ausgewählter Beispielfälle kann die grundsätzliche Richtigkeit der Modelle ermittelt werden. Nachfolgende Abbildung zeigt die Ergebnisse der analytischen Berechnung eines Temperatursprunges in einem Verdampferrohr im Vergleich der diskreten Modelle untereinander und mit dem in Kapitel 3.3.2 beschriebenen  $\kappa_D$ -Verfahren.

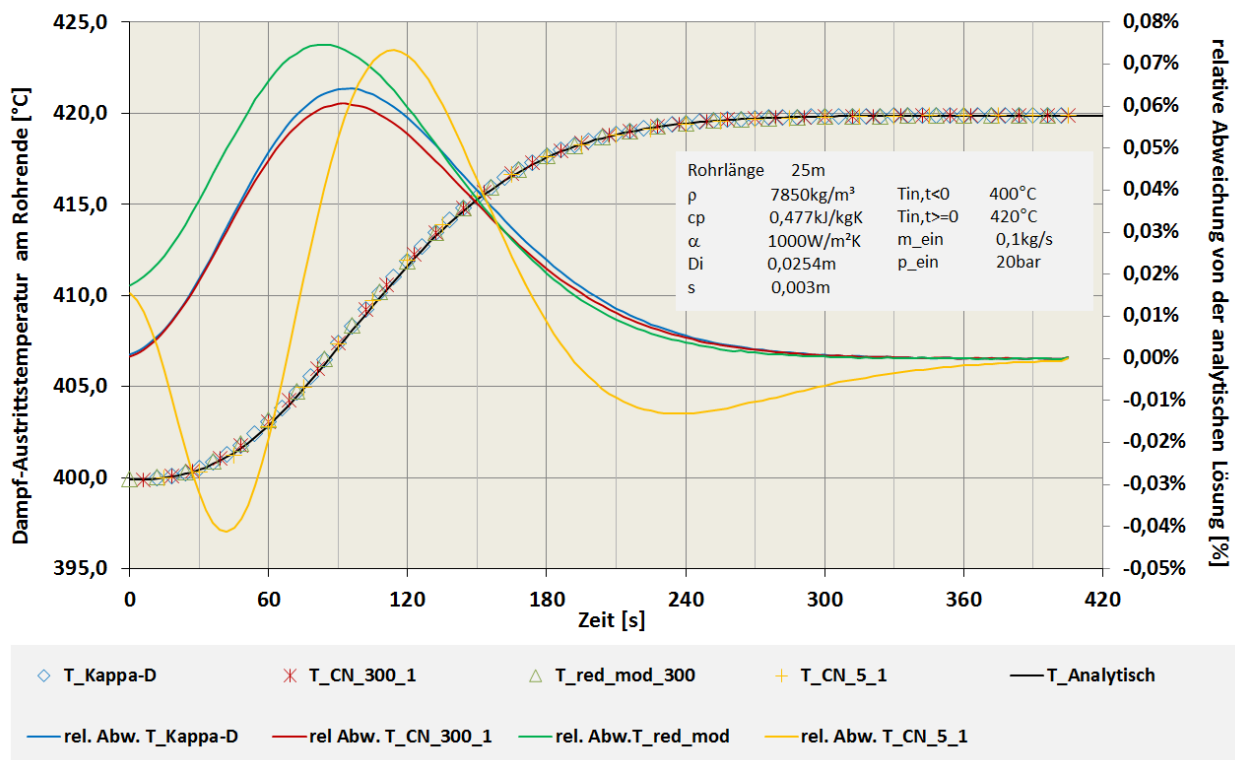


Abbildung 5.1.: Vergleich Sprungantworten der dynamischen Rohrmodelle

Die Legende bezeichnet dabei die folgenden Modelle und deren Parameter:

-T\_Analytisch      Analytische Lösung nach dem  $\kappa_D$ -Verfahren mit Laplacetransformation der Energiegleichungen

-T_Kappa-D	EBSILON Modell der Überhitzerstrecke mit dem $\kappa_D$ -Verfahren
-T_CN_300_1	EBSILON Modell mit Crank-Nicolson-Verfahren und 300 Diskretisierungselementen in Strömungsrichtung und 1 senkrecht dazu
-T_red_mod_300	EBSILON Modell mit physikalisch reduziertem Verfahren und 300 Diskretisierungselementen in Strömungsrichtung
-T_CN_5_1	EBSILON Modell mit Crank-Nicolson-Verfahren und 5 Diskretisierungselementen in Strömungsrichtung und 1 senkrecht dazu

Korrespondierend dazu finden sich in der unteren Reihe der Legende in Abbildung 5.1 die Angaben zur Notation der relativen Abweichungen von der analytischen Lösung, welche alle mit durchgezogenen Linien dargestellt sind. Für diese Kurvenschar gilt die rechtseitige y-Achse. Allen Modellen liegt ein 25m langes Überhitzerrohr mit einem Durchmesser  $D_i = 25.4mm$  und einer Wandstärke von 3mm zugrunde. Die Dichte der Rohrwand wird mit  $7850kg/m^3$  eingesetzt, die spezifische Wärmekapazität liegt bei  $0.477kJ/kgK$  und der fluidseitige Wärmeübergangskoeffizient weist einen Wert von  $\alpha = 1000W/m^2K$ . Zum Zeitpunkt  $t < 0$  befinden sich die Rohrleitungen in einem stationären Zustand bei einer Dampftemperatur von  $400^\circ C$ . Dargestellt sind die Sprungantworten auf eine Erhöhung der Dampfeintrittstemperatur um 20K auf  $420^\circ C$  für  $t \geq 0$ .

In Bezug auf die asymptotische Näherung an die Temperatur nach dem aufgeprägten Sprung zeigen alle Modelle ein sehr ähnliches Verhalten. Das betrifft sowohl das Erreichen der Endtemperatur als auch die Lage des Wendepunktes, welcher in sämtlichen Fällen nach 120s durchschritten wird. Abweichungen ergeben sich durch die Diskretisierung, wobei sich die Modelle mit der größeren Anzahl an Stützstellen zunehmend der analytischen Lösung nähern. Das Minimum des Fehlers findet sich erwartungsgemäß in der roten Kurve für das am feinsten aufgelöste Crank-Nicolson-Modell. Die größte Abweichung beträgt hier 0.061%, in allen anderen Fällen wächst diese an und kann auch das Vorzeichen wechseln, wie es sich in der gelbe Kurve für das Modell mit nur fünf Stützstellen in Strömungsrichtung zeigt. Alle Werte bleiben unter der 0.1%-Marke, worin sich eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse im Sinne der Modellverifikation widerspiegelt.

## 5.2 Verifikation der Crank-Nicolson-Methode mit Hilfe von CFD-Simulationen

Eine weitere Möglichkeit, das Crank-Nicolson-Verfahren der Modelle zu verifizieren, bietet die Nachrechnung ausgewählter Probleme mit Hilfe von CFD-Methoden. Entscheidend für das Gelingen einer derartigen Verifikation ist die korrekte Abstimmung der Berechnungsmethode an sich, sowie die richtige Wahl der Randbedingungen. Die Netzgeneration, bzw. Auswahl eines entsprechenden Solvers (Methode der finiten Volumina) für transiente und axialsymmetrische Probleme unter Nutzung von Symmetrie-Ebenen stellen sicher, dass neben der zeitlichen auch die örtliche Diskretisierung bei beiden Simulationsprogrammen in der Wahl der Koordinatensysteme übereinstimmt. So wird bei der CFD-Simulation auf den Symmetrie-Ebenen gegenüber dem in EBSILON implementierten Modell einerseits eine identische Position und Größe der Berechnungselemente gewährleistet, andererseits wird auf diese Weise unterdrückt, dass sich Strömungsprofile in Abhängigkeit der radialen Position ausbilden können. Auf diese Weise wird eine möglichst gute Annäherung an die für das Crank-Nicolson-Modells angenommene Pfropfenströmung erreicht.

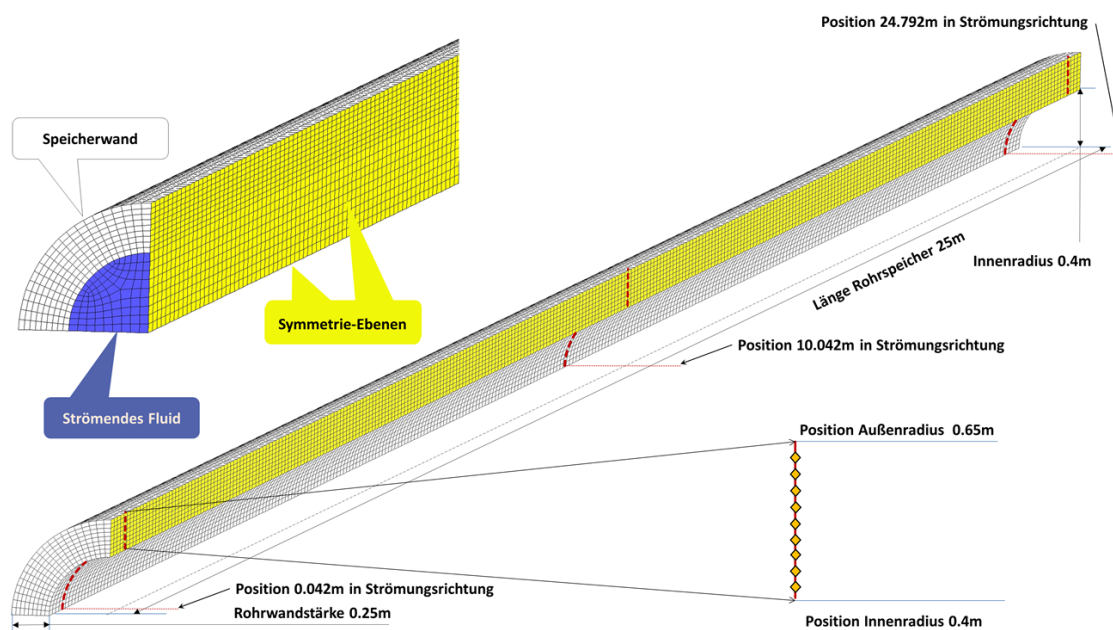


Abbildung 5.2.: Aufbau und Bemaßung des CFD-Verifikations-Modells

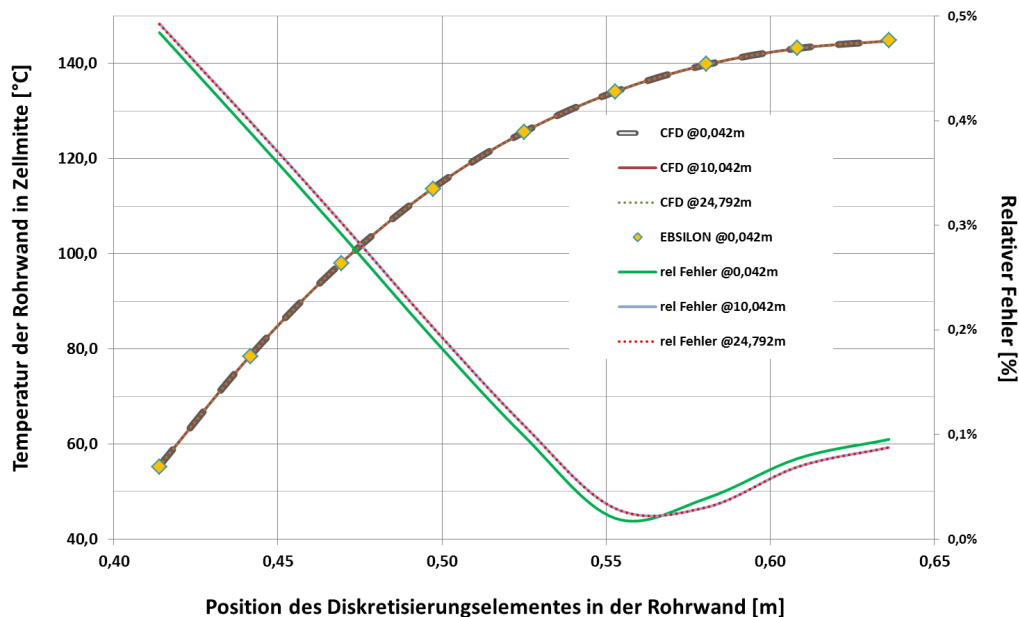
Um zu verhindern, dass Einlaufeffekte und sonstige Einflüsse auf den strömungsseitigen Wärmeübergangskoeffizienten zu falschen Resultaten führen, muss in der CFD-Berechnung dafür gesorgt werden, dass hier ebenso wie im EBSILON-Modell mit einem konstant vorgegebenen Wert gerechnet wird. Das gleiche gilt für den Temperaturgradienten zwischen Fluid und Rohrwand. Während dieser im EBSILON-Modell mit Hilfe sehr großer Massenströme durch die Rohrleitung annähernd konstant gehalten werden kann, ist in FLUENT [2, 4] die Vorgabe einer isothermen Strömung möglich<sup>1</sup>. Eine Auflistung aller für die Verifikation des indirekten Speichers mit Rohrgeometrie getroffenen Annahmen findet sich in nachfolgender Tabelle 5.2:

<sup>1</sup> Für die Simulation dieser Modelle wurde das CFD-Softwarepaket Fluent, Release 18.1.0 mit folgenden Einstellungen für den Solver verwendet: 3d, dp, pbns, rngke, transient (3d, double precision, pressure-based, RNG k-epsilon, transient)

**Tabelle 5.2.: Randbedingungen für die Verifikation**

Parameter	Wert	Einheit
Rohrlänge	25	m
Rohrdurchmesser	0.8	m
Rohrwandstärke	0.25	m
Dichte der Rohrwandung	7800	kg/m <sup>3</sup>
spezifische Wärmekapazität der Rohrwand	0.5	kJ/kgK
Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand	45	W/mK
Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$	2500	W/m <sup>2</sup> K
Berücksichtigung der Fluidmasse im Speicher	0	-
Zahl der Stützstellen in Flussrichtung	300	-
Zahl der Stützstellen in der Rohrwand	9	-
Interne Zeitschrittweite	2.0	s

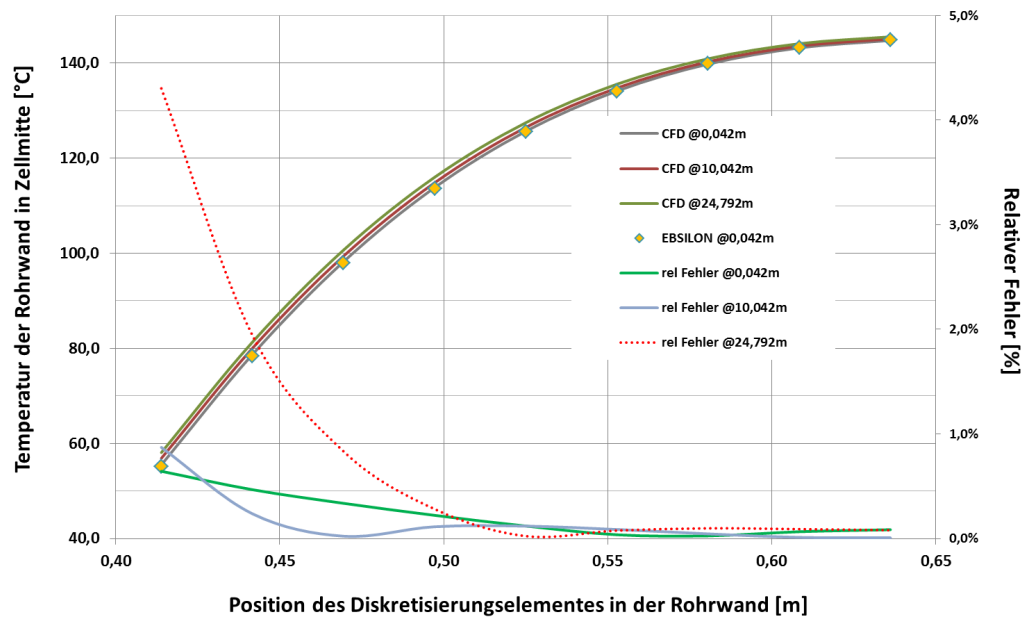
Aufgeprägt wird ein Temperatursprung von 150°C auf 25°C nach 5 Minuten stationärer „Verharrung“. Abbildung 5.3 zeigt das Verhalten der beiden Rohrleitungsmodelle im Vergleich:



**Abbildung 5.3.: Vergleich instationäre Rohrmodelle CFD-EBSILON**

Das Diagramm in Abbildung 5.3 zeigt den Temperaturverlauf in der 0.25 m dicken Wand eines adiabaten Strömungsrohres 10 min nach dem eingangs erwähnten Temperatursprung. Das derartig parametrisierte Modell dient der Repräsentation dickwandiger Bauteile, wie sie in Kraftwerken beispielsweise als Dampfsammler oder Anfahrflaschen anzutreffen sind. Die gestrichelte blaue Linie mit den Raute stellt die Ergebnisse der EBSILON-Simulation dar, während die durchgezogenen Linien die CFD-Berechnungen wiedergeben. Entlang der Fluidströmung sind an verschiedenen Positionen weitere Temperaturverläufe aufgenommen (erste vier Einträge der Legende). Diese liegen praktisch alle übereinander, ebenso wie die zugehörigen EBSILON-Ergebnisse. Erst der Blick auf den relativen Fehler  $\delta_t = |T_{EBS} - T_{CFD}| / T_{CFD}$  zeigt Abweichungen von maximal 0.49%. Die Charakteristik der Fehlerkurven ändert sich nicht. Das deutet darauf hin, dass sich hier nur die Abweichung zwischen den vollständig isothermen Bedingungen in der CFD-Rechnung und der nicht ganz perfekten Isothermie beim EBSILON-Modell abzeichnet. Das begründet sich darin, dass sich das Fluid entlang des Strömungsweges aufwärmen kann, was lediglich durch einen unendlich großen Fluidmassenstrom verhindert werden könnte.

Im Vergleich zu diesen Simulationen zeigt Abbildung 5.4 die Ergebnisse mit einem fest definiertem Fluidmassenstrom von  $100\text{kg/s}$ .

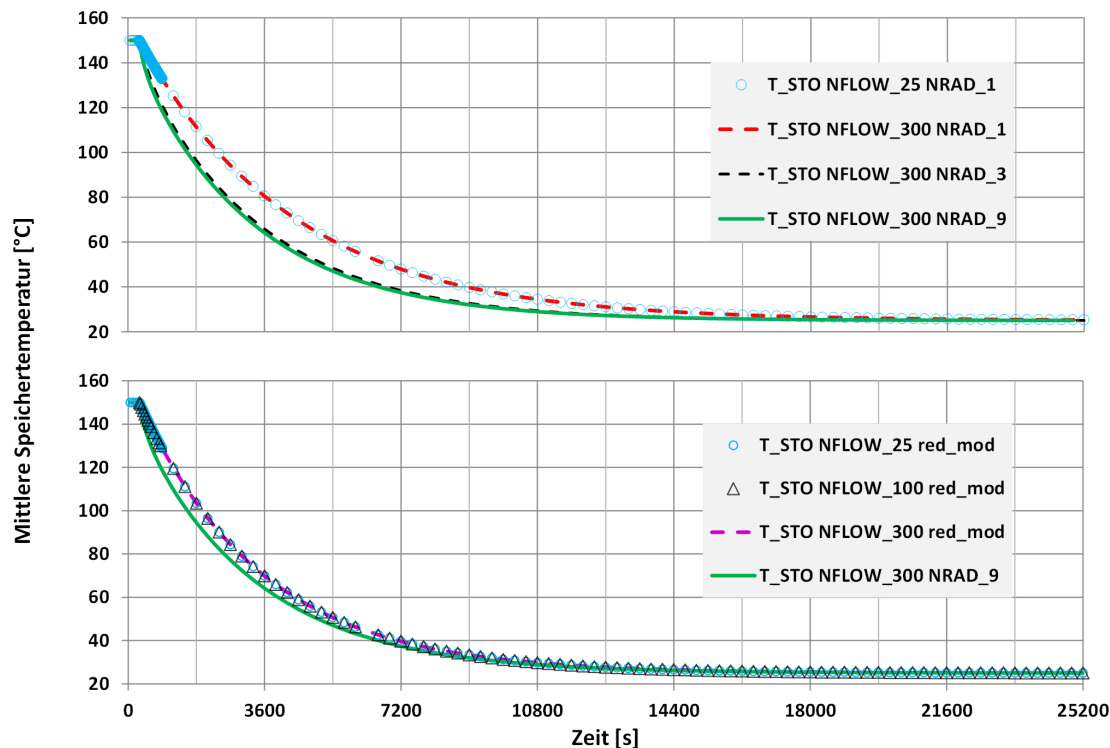


**Abbildung 5.4.:** Vergleich der Modelle jeweils mit  $100\text{kg/s}$  Fluidmassenstrom

Das CFD-Modell verfügt über eine Einlaufstrecke, um eine vollständige Ausbildung des Strömungsprofils zu gewährleisten und somit den fluidseitigen Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  in beiden Modellen frei von Randeffekten halten zu können. Mit ansonsten identischen Randbedingungen wie bei den Resultaten in Abbildung 5.4 ergibt sich folgendes Bild. Die Abweichung der Temperaturverläufe am Anfang der Rohrleitung ist mit 0,467% sehr ähnlich zu derjenigen der vorigen Berechnungen, welche bei 0,482% lag. Auch deren Werteverlauf über die Positionen in der Rohrwand ist nahezu identisch. Die für den Wärmeübergang verantwortliche Temperaturdifferenz als treibende Kraft führt zusammen mit der Temperaturabhängigkeit der Stoffdaten mit zunehmender Lauflänge der Strömung entlang des Rohres zu größeren Abweichungen der Modelle untereinander. Diese findet sich mit 4,3% wieder am Ende der Rohrleitung. Das EBSILON-Modell rechnet in allen Fällen mit einem konstanten Wert für  $\alpha$ , während in der CFD-Simulation sowohl die Strömungsverhältnisse als auch die Stoffdaten Einfluss auf den Wärmeübergangskoeffizienten nehmen. Es zeigen sich jedoch weder in Bezug auf den Verlauf der Temperaturen, noch auf deren Abweichungen signifikante Unterschiede, die eine Divergenz der beiden Modelle vermuten lassen. Darüber hinaus ergibt sich mit diesen Berechnungen eine Validierung der Annahme, dass die axiale Wärmeleitung im Fluid vernachlässigt werden kann, da auch praktisch keine Unterschiede in der Temperaturverteilung entlang der Strömungsrichtung bestehen. Die CFD-Simulation berücksichtigt den Term  $\lambda_{fluid} \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2}$ , während dieser für die transienten Modelle gemäß den getroffenen Annahmen in (3.23) vernachlässigt wird.

## Einfluss der Diskretisierung beim EBSILON Modell

In diesem Abschnitt soll der Einfluss der Diskretisierung auf die Ergebnisse des eingangs beschriebenen Modells im Vergleich mit der CFD-Simulation untersucht werden. In Abbildung 5.5 finden sich die Resultate von EBSILON-Modellen mit einer veränderten örtlichen Diskretisierung:



**Abbildung 5.5.:** Einfluss der Diskretisierung auf den zeitlichen Verlauf der mittleren Speichertemperatur

Die Legende bezeichnet dabei folgende Modellvarianten<sup>2</sup> und Parametrierungen:

-T_STO NFLOW_25 NRAD_1	Mittlere Speichertemperatur, Crank-Nicolson-Verfahren, 25 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung, 1 Element senkrecht dazu in radialer Richtung
-T_STO NFLOW_300 NRAD_1	Mittlere Speichertemperatur, Crank-Nicolson-Verfahren, 300 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung, 1 Element senkrecht dazu in radialer Richtung
-T_STO NFLOW_300 NRAD_3	Mittlere Speichertemperatur, Crank-Nicolson-Verfahren, 300 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung, 3 Elemente senkrecht dazu in radialer Richtung
-T_STO NFLOW_300 NRAD_9	Mittlere Speichertemperatur, Crank-Nicolson-Verfahren, 300 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung, 9 Elemente senkrecht dazu in radialer Richtung
-T_STO NFLOW_25 red_mod	Mittlere Speichertemperatur, in der räumlichen Diskretisierung reduziertes Modell, 25 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung
-T_STO NFLOW_100 red_mod	Mittlere Speichertemperatur, in der räumlichen Diskretisierung reduziertes Modell, 100 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung
-T_STO NFLOW_300 red_mod	Mittlere Speichertemperatur, in der räumlichen Diskretisierung reduziertes Modell, 300 Diskretisierungselemente entlang der Strömungsrichtung

<sup>2</sup> Allen dargestellten Ergebnissen liegen die in Tabelle 5.2 aufgeführten Randbedingungen zugrunde.



Dargestellt sind die mittleren Speichertemperaturen am Ende des jeweiligen Zeitschrittes. Die Kurven im oberen Teildiagramm mit der Variation von  $NRAD$  zeigen alle das Ergebnis der Berechnungen mit dem Crank-Nicolson-Verfahren, wobei die Variante  $NFLOW\_300\ NRAD\_9$  (grüne Kurve) diejenige mit der größtmöglichen Zahl der Knoten darstellt, wie sie auch für den Vergleich mit dem CFD-Modell herangezogen wird. Diese dient mit identischen Betriebsparametern und Stoffdaten auch als Referenz für die Berechnung der relativen Abweichungen von den restlichen Simulationsergebnissen.

Die erste Variation, dargestellt im oberen Teil von Abbildung 5.5 bildet die Reduktion der Zahl der radialen Stützstellen senkrecht zu der Fluidströmung auf 3 (schwarz gestrichelte Linie). Der Kurvenverlauf bleibt sehr ähnlich und weicht maximal um 2.79% von der Referenzkurve ab im Bereich, wo die Krümmung der Kurve am größten ist. Hier bilden sich bei geringerer Zahl der Stützstellen zunehmend Sekanten aus. Dieser Effekt verstärkt sich erwartungsgemäß bei weiterer Reduktion der Knoten, wie die rot gestrichelte Kurve zeigt. Der zugehörige Fehler steigt in diesem Fall auf knapp 29% an. Es liegt somit Gitterkonvergenz bei steigender Diskretisierung senkrecht zur Strömungsrichtung vor.

Das in der räumlichen Dimension reduzierte Modell liegt hier mit einer max-Abweichung von 9.5% dazwischen, wie im unteren Teil von Abbildung 5.5 dargestellt. Die Lösung des reduzierten Modells zeigt für das transiente Verhalten des Speichers bei identischer Diskretisierung einen leichten Genauigkeitsvorteil gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren. Die Abweichungen dieser beiden Rechnungen begründen sich mit der unterschiedlichen Behandlung der Wärmeleitfähigkeiten in der Speicherwand. Nur das Crank-Nicolson-Modell berücksichtigt die axiale Wärmeleitung in den Wänden. Hierbei handelt es sich um diejenigen Anteile, welche längs zur Strömungsrichtung des Fluides Wärmeströme bewirken können. Bei dem anderen Modell fehlen diese Terme (siehe hierzu auch Abbildung 3.1).

Eine Variation der Diskretisierung in Strömungsrichtung zieht bei diesen Modellen keinerlei Änderungen nach sich, wie die Kurve ohne durchgezogene Linie, dargestellt im unteren Teildiagramm mit den Dreiecksmarkierungen bei der Reduktion auf 100 Elemente zeigt. Der Grund hierfür ist der sehr hohe Fluidmassenstrom durch das Rohr, auf diese Weise können sich entlang der Strömung praktisch keine Temperaturgradienten ausbilden, das heißt sogar der Extremfall mit nur einem Element (nicht im Diagramm dargestellt) liefert das gleiche Resultat.

---

### 5.3 Vergleich der beiden transienten Modelle mit örtlicher Diskretisierung

---

Wie bereits in Kapiteln 3.2.4 und 4.1.1 ausgeführt, befinden sich derzeit verschiedene instationäre Berechnungsalgorithmen im Einsatz und werden in Bezug auf Genauigkeit und Rechenzeitbedarf bewertet. Zum einen handelt es sich um die zeitlich und örtlich diskretisierte numerische Methodik nach dem Crank-Nicolson-Verfahren[27]. Es liefert sehr genaue Ergebnisse mit dem Nachteil des erhöhten Rechenaufwandes, kann aber für praktisch alle Fälle der instationären Wärmeleitung eingesetzt werden. Es bedarf keinerlei Rücksicht auf das Verhältnis von innerer Wärmeleitung und äußerem Wärmeübergang. Zum anderen wird ein Algorithmus genutzt, der sich der Kombination von analytischer und numerischer Lösungen bedient. Gegenüber dem erstgenannten Berechnungsverfahren ergibt sich eine Einschränkung in Bezug auf die fehlende örtliche Diskretisierung in der zweiten Raumrichtung (senkrecht zur Strömungsrichtung des Fluides). Hier wird, wie bereits im vorangegangenen Abschnitt dargelegt, die Wärmeleitung in der Speicherwand in axialer Richtung nicht berücksichtigt. Bei metallischen Werkstoffen, die in der Regel über eine sehr gute Wärmeleitfähigkeit verfügen, ist diese Annahme praktisch immer korrekt.

Das entscheidende Kriterium hierfür ist das Verhältnis des äußeren Wärmeübergangs zur Wärmeleitung in einem Körper, ausgedrückt in der dimensionslosen Biotzahl  $Bi = \frac{\alpha x}{\lambda}$ . Die eingehenden Größen sind dabei:

$\alpha$  Wärmeübergangskoeffizient vom Fluid an die Wand  $\left[ \frac{W}{m^2 K} \right]$

$x$  charakteristische Länge (hier die Wandstärke beim Rohr als Hohlzylinder)  $[m]$

$\lambda$  Wärmeleitfähigkeit des Materials der Rohrwand  $\left[ \frac{W}{m K} \right]$

Liegen sehr kleine Werte bei der Biotzahl ( $\ll 0.01$ ) vor, so tritt der größte Temperaturgradient in der Grenzschicht des Fluides zur Wand auf, im umgekehrten Falle bei  $Bi \gg 10$  befindet sich dieser ausschließlich innerhalb der Rohrwand.



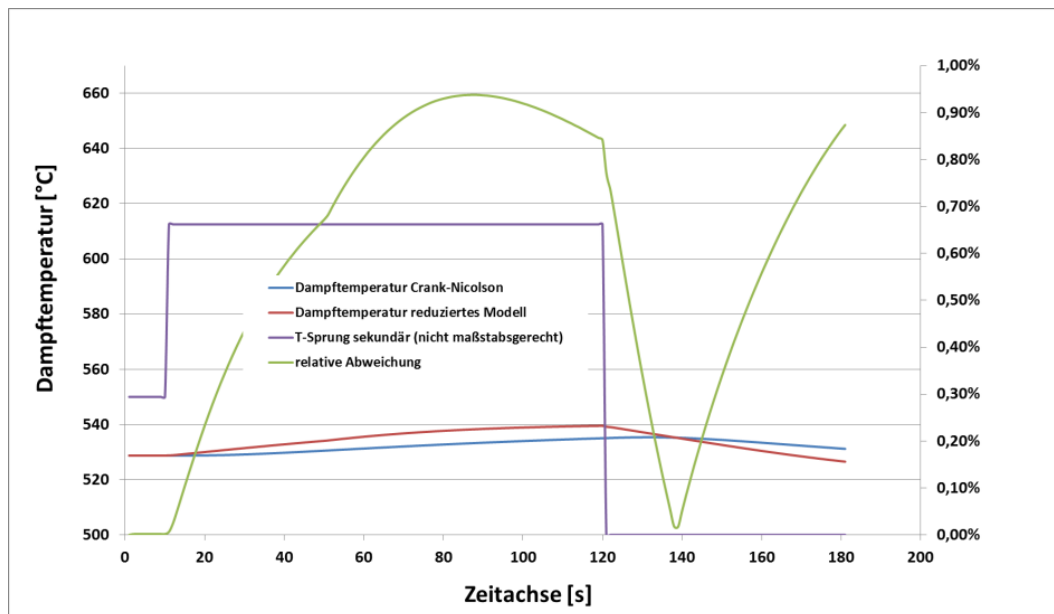


Abbildung 5.6.: Vergleich Crank-Nicolson und reduziertes Modell für  $\lambda = 1 \text{ W/mK}$

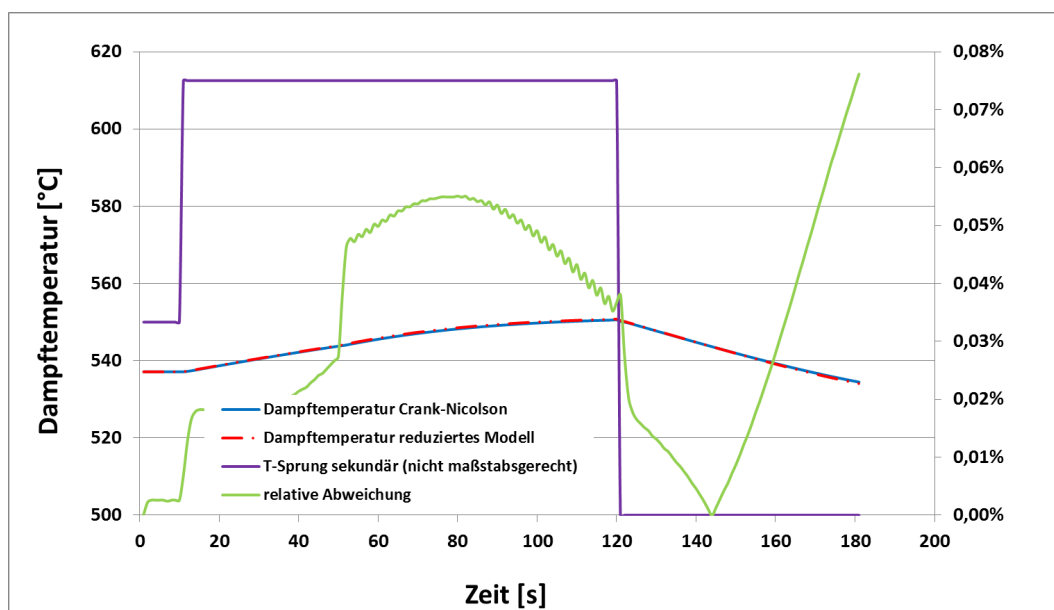


Abbildung 5.7.: Vergleich Crank-Nicolson und reduziertes Modell für  $\lambda = 100 \text{ W/mK}$

Die beiden Diagramme zeigen jeweils das Verhalten eines transienten Überhitzers beim Aufprägen eines sekundärseitigen Temperatursprunges (violette Linie, nicht maßstäblich dargestellt) von  $100\text{K}$  bei  $t=10\text{s}$  und einen von  $-180\text{K}$  bei  $t=120\text{s}$ . Hierbei ergeben sich Abweichungen zwischen den Berechnungsalgorithmen mit dem Crank-Nicolson-Verfahren (blaue Kurven) und dem physikalisch reduzierten Modell (rote Kurven) für verschiedene Lambda-Werte des Wandmaterials im Wärmetauscher. Im ersten Fall wird mit  $\lambda = 1 \text{ W/mK}$  eine schlechte Wärmeleitung angenommen, wie sie beispielsweise typisch ist für mineralische Werkstoffe[69]. Im Folgenden wird das Verhalten eines metallischen Werkstoffes mit einem um zwei Größenordnungen besseren Lambda-Wert von  $100 \text{ W/mK}$  analysiert. Hierzu ist noch anzumerken, dass sich viele, nicht legierte Metalle wie Kupfer ( $401 \text{ W/mK}$ ) oder Aluminium ( $236 \text{ W/mK}$ ) was den Modellfehler anbelangt völlig auf der sicheren Seite bewegen. Interessant wird die Wärmeleitfähigkeit höher legierter Stähle, welche Werte  $\lambda < 20 \text{ W/mK}$  annehmen können[113]. Hier empfiehlt sich eine Abschätzung des Fehlers, wie nachfolgend erläutert.

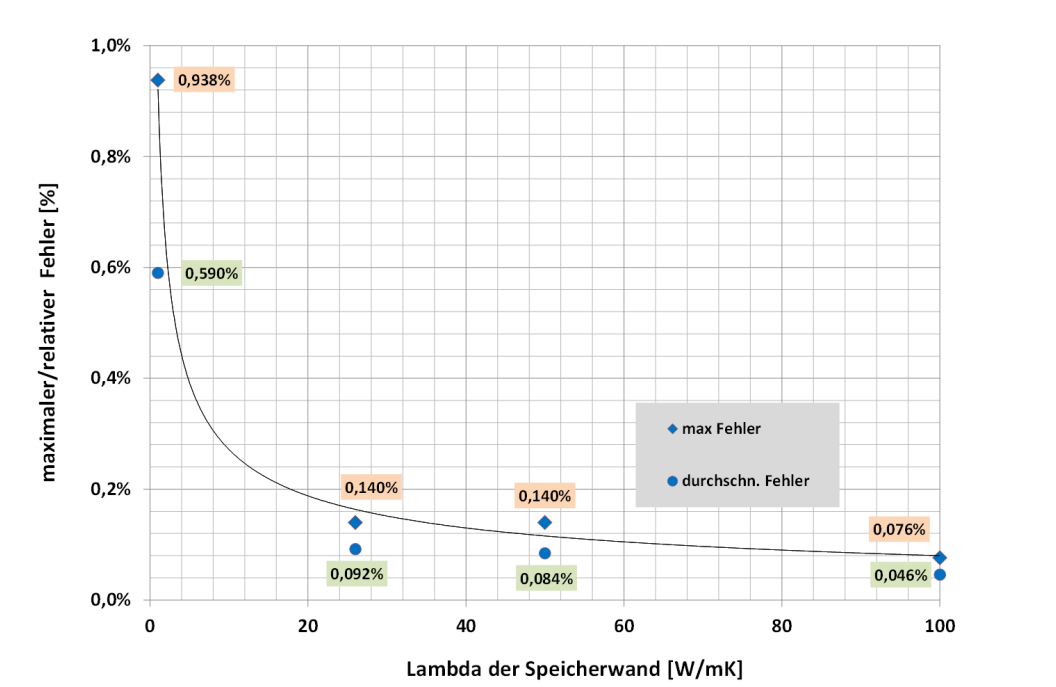
Aus dem relaxierten, stationären Profil kommend, zeigen die Kurven beider Simulationen eine gleichgerichtete Sprungantwort mit ansteigender Temperatur. Während die Abweichungen bei kleinen Lambda Werten die 1%-Marke berühren und zusätzlich durch Verschiebungen auf der Zeitachse geprägt sind, bewegen sich die Unterschiede für  $\lambda = 100 \frac{W}{mK}$  bereits bei deutlich weniger als 0.1%, womit der Berücksichtigung der Wärmeleitung in Strömungsrichtung praktisch keine Bedeutung mehr zukommt.

Für entsprechend kleine Wärmeleitfähigkeiten gestaltet sich eine Korrektur aus zwei Gründen schwierig, da neben dem Offset der Werte auch zusätzlich ein zeitlicher Versatz auftritt. Beim reduzierten Modell folgt der resultierende Temperaturgradient stets unmittelbar dem aufgeprägten, wohingegen im anderen Fall die Diffusion der Wärme über die Speicherelemente in Strömungsrichtung einerseits dafür sorgt, dass das Maximum verflacht und andererseits die beobachtete zeitliche Verschiebung erfährt. Grundsätzlich kann bei Biot-Zahlen, die kleiner 0.01 sind, verlässlich mit dem reduzierten Modell gearbeitet werden, sofern eine Fehlertoleranz  $< 0.1\%$  eingeräumt wird.

Im nachfolgenden Diagramm 5.8 sind die maximalen und mittleren relativen Abweichungen, bezogen auf die Ergebnisse des Crank-Nicolson-Modells:

$$err = \frac{|T_{CN} - T_{red\_mod}|}{T_{CN}} \cdot 100\% \quad (5.1)$$

dargestellt, welche bei der Verwendung der beiden Algorithmen in Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit entstehen:



**Abbildung 5.8.:** Entwicklung des maximalen und mittleren Fehlers über der Wärmeleitfähigkeit des Speichermaterials im Vergleich der beiden Modelle

Die Endpunkte der Kurve spiegeln die in Abbildung 5.6 und 5.7 dargestellten Fälle wieder. Dazwischen liegen noch Punkte für  $\lambda = 26 \frac{W}{mK}$  und  $\lambda = 50 \frac{W}{mK}$ . Die Rauten repräsentieren den maximal auftretenden Fehler im simulierten Zeitraum, während die Punkte die durchschnittlichen Abweichungen der Temperaturen voneinander anzeigen. Klar zu ersehen ist der Trend zum größeren Fehler bei kleineren Lambda Werten, was entsprechend größeren Biot-Zahlen entspricht. Ein interessantes Detail findet sich bei der Betrachtung der maximalen Fehler für  $\lambda = 26 \frac{W}{mK}$  und  $\lambda = 50 \frac{W}{mK}$ , die beiden Werte sind fast identisch, treten jedoch zu unterschiedlichen Zeitpunkten auf, während die Werte der mittleren Fehler für  $\lambda = 26 \frac{W}{mK}$  dem Trend der Kurve folgend größer ausfallen. Es sollten daher bei entsprechenden Betrachtungen immer diese beiden Aspekte in der Entwicklung der Fehler in Betracht gezogen werden, um das Optimum von Rechenzeit und Genauigkeit zu finden.



---

## 6 Demonstrationsbeispiele

---

Ausgehend von den in Kapitel 3 Abschnitt 3.1 dargelegten Überlegungen werden zur Erweiterung der Modellierungsmöglichkeiten in Richtung Dynamik neben den Bauteilen, welche Algorithmen für Übertragungsfunktionen und den PID-Regler beinhalten, die beiden Komponenten transienter Wärmetauscher und Speicher als für die Dynamik maßgebliche Bausteine in den Fokus der Betrachtungen gelegt. Alle ausgearbeiteten Beispiele enthalten diese Strukturen in unterschiedlichen Verschaltungen und Anwendungsbereichen, wobei speziell die Komponente für die Übertragungsfunktion ein breites Spektrum an Möglichkeiten eröffnet. Sie kann einerseits bei der Realisierung der Leittechnik eingesetzt werden, andererseits lassen sich Verzögerungen und Speichereffekte in den Rohrleitungen realisieren sowie das Verhalten von Lastwechseln bei Kohlemühlen. Eine weitere dynamische Komponente wird mit Hilfe des in 3 vorgestellten Ansatzes der Makroprogrammierung für die Dampftrommeln von Umlaufverdampfern erstellt. Zur Vervollständigung der Kontrollstrukturen wird der PID-Regler formuliert, der ebenfalls im Verbund mit den anderen Bauteilen als eigenständige Komponente zur Steuerung des Prozesses eingesetzt werden kann.

Es werden Demonstrationsbeispiele mit unterschiedlicher Komplexität getestet und bewertet, um die relevanten Fragen bezüglich der Anwendbarkeit der neuen dynamischen Bauteile für technische Problemstellungen beantworten zu können. Auf diese Weise erhält man bei der Simulation derartiger Schaltungen tiefer gehende Einsichten und Hinweise auf mögliche Problemfälle im Sinne einer Validierung. Unter verschiedenen Schwerpunkten und Aspekten werden folgende drei Demonstrationsbeispiele erstellt:

1. GuD mit dynamischem Abhitzekeßel mit einer Druckstufe
2. Steinkohleblock mit dynamischem Bensonkeßel und transienter Abbildung der Kohlemühlen sowie Implementierung der Leittechnik
3. GuD mit dynamischem Abhitzekeßel mit drei Druckstufen und Gleitdruckbetrieb

Im ersten Fall handelt es sich um ein einfaches und effizientes Benchmark-Modell, um das Konvergenzverhalten und den Rechenzeitbedarf der einzelnen transienten Algorithmen feststellen zu können. Simuliert wird mit diesem Modell der Ausfall der Gasturbine mit realem Zeitverhalten, welches durch Übertragungsfunktionen abgebildet wird. Eine detaillierte Beschreibung findet sich im nachfolgenden Kapitel 6.2.

Die zweite Simulation leitet sich aus einem gemeinsamen Projekt der Steag Energy Services GmbH mit dem Lehrstuhl LUAT der Universität Essen-Duisburg ab. Bei dem Modell für das 3. Demonstrationsbeispiel handelt es sich um eine Adaption eines stationären PGÜ-Projektes für ein GuD-Kraftwerk. Simuliert und analysiert wird jeweils das Lastwechselverhalten der Modelle gegenüber den Realdaten. An- und Abfahrvorgänge werden bislang noch nicht dargestellt. Die genaueren Beschreibungen und Auswertungen finden sich in Kapitel 7.

---

### 6.1 Aufbau der transienten Simulationsmodelle in EBSILON

---

Im Gegensatz zu vielen anderen dynamischen Simulationsplattformen (z.B. Aspen, Dymola, Simulink etc.) besitzt der Newton-basierte Gleichungslöser von EBSILON diese Möglichkeiten nicht seit Anbeginn seiner Entwicklung. Daher werden zur Berechnung der Zeitschritte von einer übergeordneten, äußeren Routine einzelne Simulationen angestoßen. Mithilfe entsprechender Parameterübergaben können die Transienten realisiert werden. Das sukzessive Abarbeiten eines Initialisierungsschrittes (siehe hierzu auch Kapitel B) gefolgt von den eigentlichen Zeitschritten liefert somit die dynamische Simulation, indem jeweils die Ergebnisse des aktuellen Zeitschrittes in Eingabewerte für den Folgeschritt überführt werden. Zur praktischen Ausführung wird ein sogenannter Zeitreihendialog angesprochen. Ähnlich einer Tabellenkalkulation entstehen daraus die Ergebnisse. Wie bereits erwähnt befinden sich die Vorgaben für die Zeitschritte und deren Resultate in den einzelnen Zeilen. Die führende Spalte enthält die Zeitstempel, welche die Zeitschrittweiten festlegen, die nicht notwendigerweise äquidistant sein müssen. In den Folgespalten können sämtliche im Modell vorkommenden Variablen zur Ausgabe gebracht werden. Ebenso ansprechbar sind die Spezifikationswerte, die als schreibbare Eingabevariablen für die Modellkomponenten und Parameter dienen (siehe hierzu auch die Ausführungen in Kapitel A.1). Mit diesen Vorgaben findet pro Zeitschritt eine vollständige iterative Berechnung der Lösung im Sinne der in Kapitel 2.1.5 beschriebenen Algorithmik statt. Da grundsätzlich sämtliche EBSILON-Bauteile miteinander kombiniert werden können, ist eine Verschaltung der transienten Komponenten mit stationären problemlos möglich. Eine Abwägung, welche Teile einer dynamischen Betrachtung bedürfen, findet sich bei der Beschreibung der Demonstrationsbeispiele.

## 6.2 GuD mit einer Druckstufe

Der Aufbau dieser Kreisprozess-Simulation ist einem stationären Demonstrationsbeispiel der Softwareplattform EBSILON entlehnt und enthält im Wesentlichen folgende Komponenten:

- 4 transiente Wärmetauscher zur Abbildung des Vorwärmers, Verdampfers sowie zwei Überhitzerstufen
- jeweils eine Übertragungsfunktion für das Verhalten der Gasturbine und den Speisewasserrücklauf ( $pT_1$ -Glieder) vom Behälter zum Kessel
- einen Massenspeicher zur Realisierung des instationären Verhaltens der Dampftrommel
- die Bauteile der Feuerung, Dampfturbinen, Dampftrommel, Pumpen, Kondensator und Speisewasserbehälter sind zunächst stationär ausgeführt, könnten aber mit Übertragungsfunktionen instationär modelliert werden

Diese Auswahl der dynamischen Komponenten und der Modellaufbau begründet sich zum einen mit dem zu erwartenden Zeitverhalten des Abhitzekessels, zum anderen mit dem zeitlichen Verlauf der Eingangsgrößen Rauchgasmassenstrom und Temperatur beim simulierten Ausfall der Gasturbine. Die thermische Masse des in den Wärmetauschern gespeicherten Wassers und Dampf ist entsprechend groß gegenüber den restlichen Komponenten, weshalb auf die Richtlinien in Tabelle 3.1 und in der Literatur[35] zurückgegriffen werden kann. Nachfolgende Abbildung 6.1 zeigt im R&I-Fließbild den Aufbau dieses Modells:

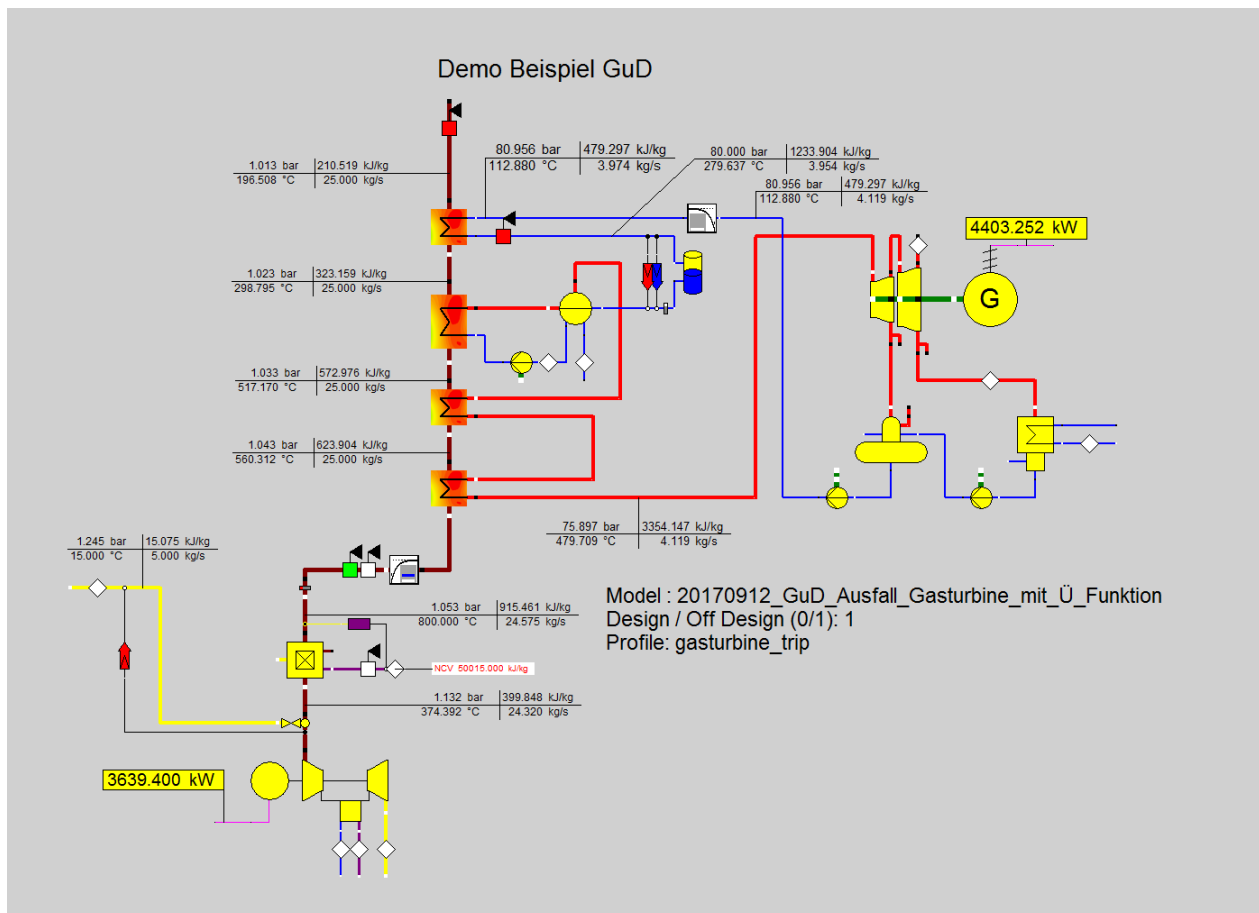


Abbildung 6.1.: Fließbild des 1. Demonstrationsbeispiels

Die Betriebsmodi aller transienten Wärmetauscher sind so gewählt, dass die Fluidmasse selbst einen Teil des Wärmespeichers bildet, sie kann veränderlich sein, womit sich unterschiedliche Massenströme an Ein- und Austrittsanschlüssen der Bauteile ergeben können (siehe hierzu auch Kapitel 3.2.3 und 4.1.2). Eine weitere Herausforderung an die transiente Modellierung eines derartigen Systems stellt die Abbildung der Dampftrommel dar. Es bedarf eines Massenspeichers als Gegenpart für den transienten Verdampfer, da sonst eine geschlossene Massenbilanz nicht mehr berechnet werden

---

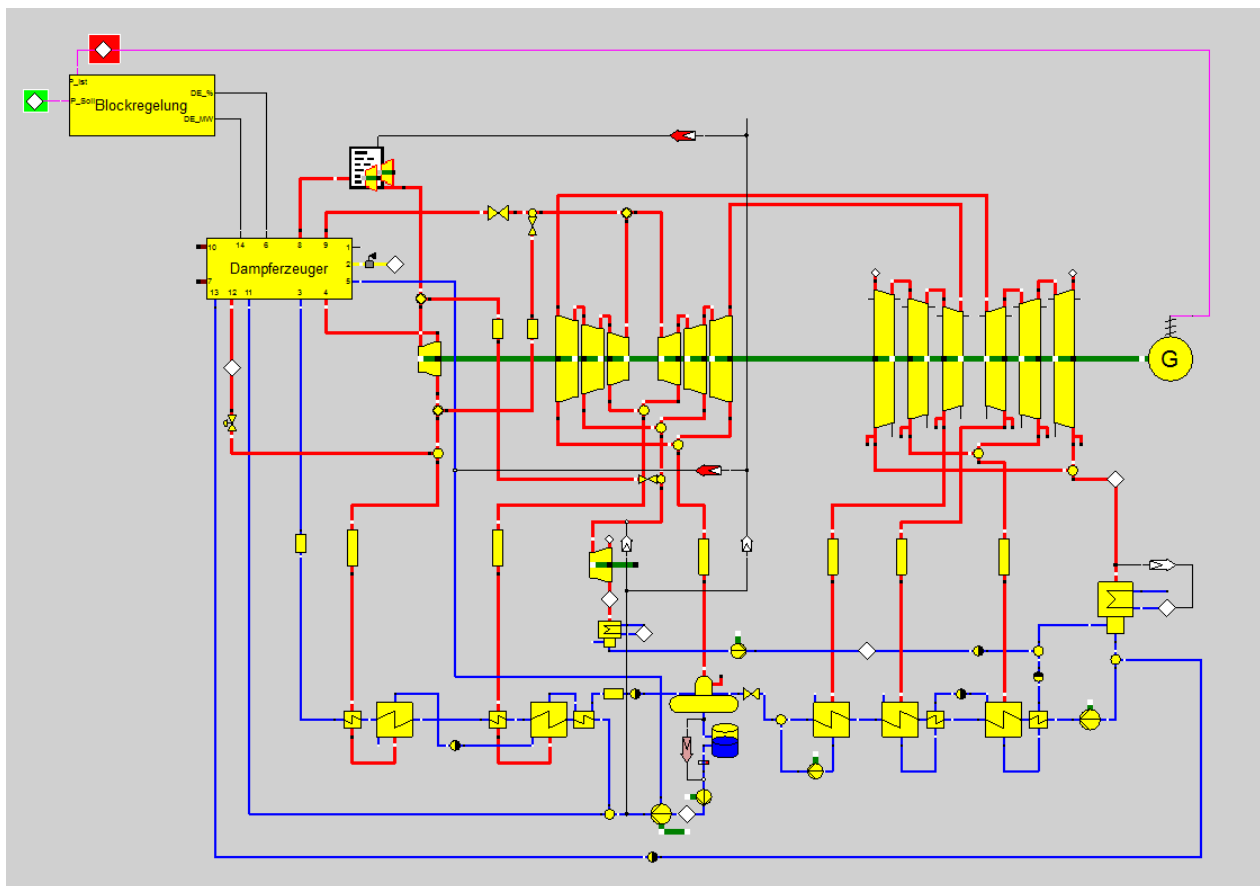
kann. Die in Abbildung 6.1 realisierte Verschaltung unter Verwendung einer stationären Dampftrommel kann diesem Umstand bereits Rechnung tragen, weist jedoch einen Nachteil in Bezug auf die Genauigkeit der Energiebilanz auf. Hier liegen im Speicher nicht die exakten Bedingungen wie in der Trommel vor, daraus können Bilanzfehler in der Größenordnung 1 – 2%, bezogen auf die eingetragene Verdampfungsenthalpie, entstehen. Das aus dem Vorwärmer austretende, vorgewärmte Speisewasser wird nicht, wie in der realen Komponente, mit dem vom Verdampfer zurückfließenden, zwei-phasigen Fluid vermischt. Damit ergeben sich andere enthalpische Verhältnisse und somit auch ein leicht abweichendes Verhalten bei druckinduzierten Ausdampfvorgängen, wobei als der sicherlich wichtigere, korrekt abgebildete Aspekt anzusehen ist, dass ein entsprechendes Massereservoir zur Verfügung steht.

### 6.3 Steinkohleblock mit dynamischem Benson-Kessel

Der Aufbau dieser Kreisprozess-Simulation beinhaltet die bei der Simulation von Kraftwerksblöcken üblichen Hauptkomponenten und Verschaltungen. Das eigentliche Modell besteht aus den Turbinenstufen für Hoch-, Mittel- und Niederdruck sowie den zugehörigen Anzapfungen und der Kondensat-Vorwärmer-Strecke. Mit Speisewasserbehälter und Kondensator wird der Dampfkreislauf geschlossen. Der Generator und die Pumpen sind in diesem Modell lediglich Nebenaggregate, die nicht weiter berücksichtigt werden. In dem Untermodell (Makro<sup>1</sup>) Dampferzeuger befinden sich die Wärmetauscher des Kessels sowie die Feuerung, Kohlemühlen und der LUVO.

- 12 transiente Wärmetauscher (EBSILON-Bauteil 126) zur Abbildung des Vorwärmers, Verdampfers sowie sämtlicher Überhitzerstufen
- Übertragungsfunktionen (EBSILON-Bauteil 131) zur Darstellung des Verhaltens der Kohlemühlen
- Massenspeicher (EBSILON-Bauteil 118) zur Realisierung des instationären Verhaltens der Anfahrflasche und des Speisewasserbehälters
- die Bauteile der Feuerung, Gas- und Dampfturbinen, Pumpen und Kondensator sowie Komponenten der Rauchgasreinigung sind stationär ausgeführt, wie im Folgenden begründet wird

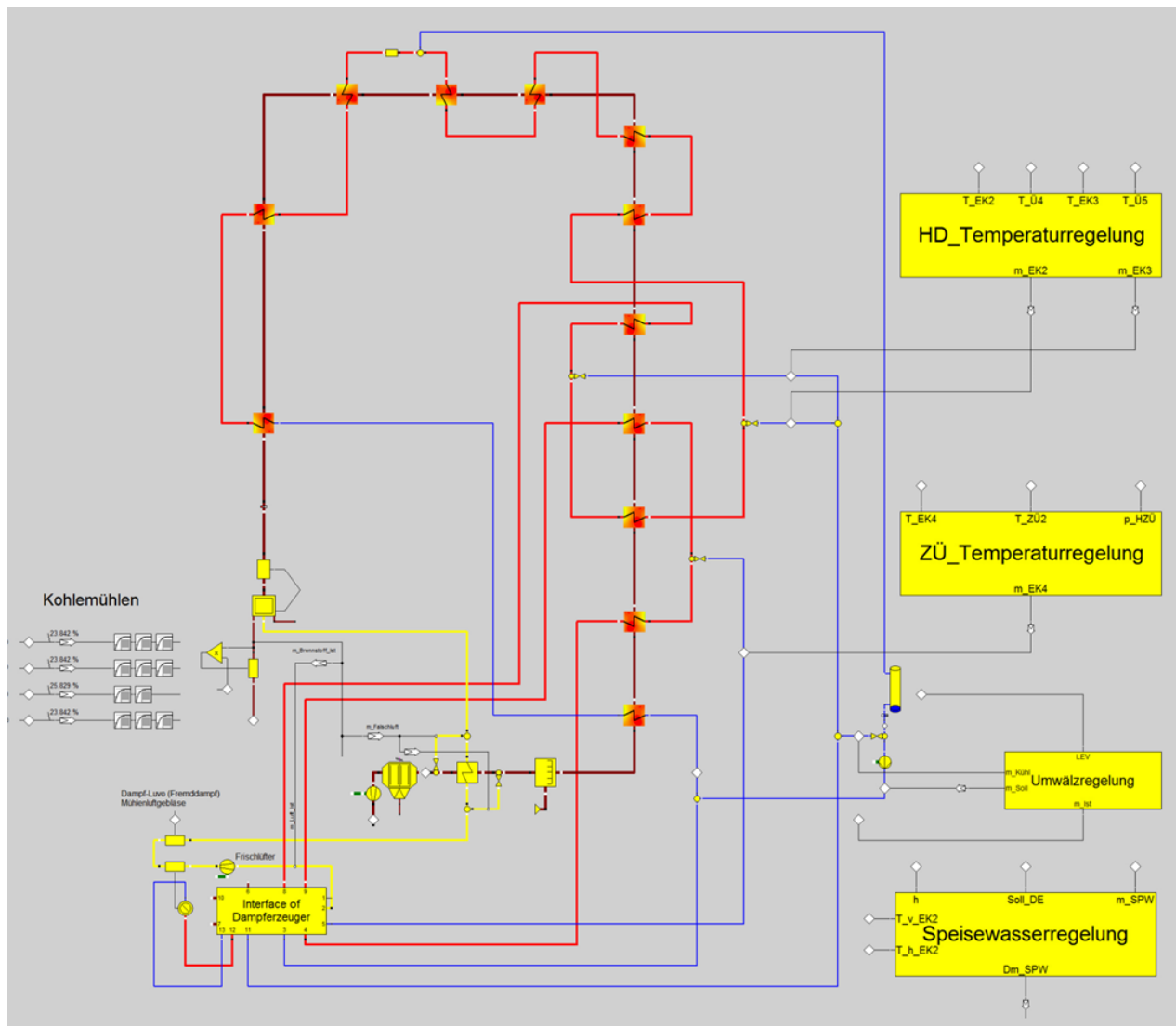
Für die Auswahl der dynamischen Komponenten und den Modellaufbau gelten prinzipiell die gleichen Kriterien wie für das zuvor beschriebene Modell. Die Instanz, welche die Dynamik des Blocks bestimmt, ist der Dampferzeuger mit seiner großen Stahlmasse und die zusätzlich in den Rohrleitungen als Energiespeicher fungierenden Dampf- und Wassermassen. Da hier weder Notfallszenarien noch das An- und Abfahren des Kraftwerks simuliert werden, kann im Falle von Lastwechseln mit moderaten Gradienten die transiente Simulation auf die beschriebenen Bauteile beschränkt werden.



**Abbildung 6.2.:** Fließbild des Gesamtmodells Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock

<sup>1</sup> Gemeint ist hier die Möglichkeit, Bauteile zu einem neuen Modell zusammen fassen zu können, welches wiederum wie ein eigenständiges Modul benutzt werden kann.

Nachfolgende Abbildung 6.3 zeigt im R&I-Fließbild die Verschaltung der Bauteile für den Dampferzeuger:



**Abbildung 6.3.:** Fließbild des Dampferzeugers Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock

Die ebenfalls abgebildeten EBSILON-Makrobausteine beinhalten die leittechnischen Komponenten zur Realisierung der Blockregelung, auf diese wird später noch genauer eingegangen. Die Betriebsmodi aller transienten Wärmetauscher sind so gewählt, dass die Fluidmasse selbst ein Teil des Wärmespeichers bildet, sie kann veränderlich sein, womit sich unterschiedliche Massenströme an Ein- und Austrittsanschlüssen der Bauteile ergeben können (siehe hierzu auch Kapitel 3.2.3 und 4.1.2). Ein elementarer Schritt in dieser Arbeit war die Koppelung der einzelnen instationären Bauteile, bzw. Komponenten, um eine maximale Ersparnis an Rechenzeit erreichen zu können. Die Ausgangsversion dieses Modells ist aufgrund der indirekten Verschaltung der Bauteile nur in der Lage mit kleinen externen Zeitschritten ( $dt = 2s$ ) zu rechnen. Um konvergente Simulationen erhalten zu können, müssen hier die meisten Ergebnisse, speziell diejenigen aus den leit- und regelungstechnischen Bauteilgruppen, mit Hilfe von Eingabewerten als Input für den Folgezeitschritt bereitgestellt werden.



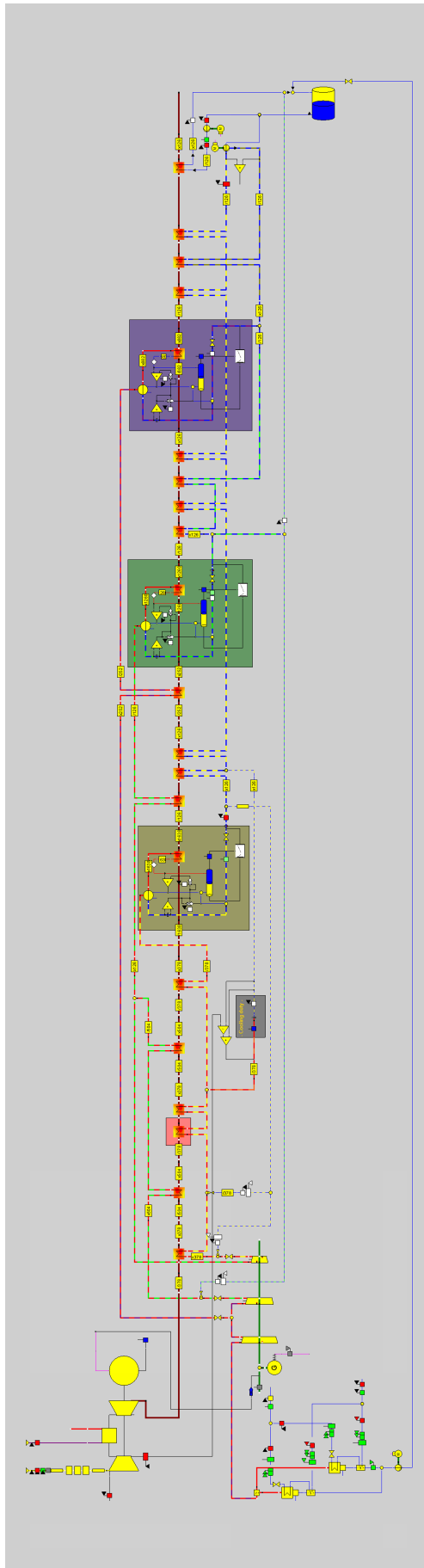
---

## 6.4 GuD mit dynamischem Abhitzekeßel mit drei Druckstufen und Gleitdruckbetrieb

---

Der Aufbau dieser Kreisprozess-Simulation ist einem stationären PGÜ-Modell entlehnt. Das heiße Rauchgas von der Gasturbine wird seinem jeweiligen Temperaturniveau entsprechend zur Überhitzung, Verdampfung sowie zur Speisewasservorwärmung genutzt. Im Sinne eines möglichst hohen exergetischen Wirkungsgrades müssen die Grädigkeiten der einzelnen Wärmetauscher so klein wie möglich gehalten werden. Das erfordert zum einen die Wärmeübertragung auf verschiedenen Druckniveaus, was entsprechend auch verschiedene Temperaturbereiche nach sich zieht. Zum anderen wird dazu eine entsprechend gestaffelte und alternierende Anordnung der Wärmetauscher nötig. Während das Rauchgas entlang dieser Strecke kontinuierlich abkühlt, finden sich dampfseitig bedingt durch die Phasenwechsel beim Verdampfen des Wassers primärseitig isotherme Bereiche, die eine treppenförmige Staffelung der Temperatur zur Folge haben (nähere Erläuterungen dazu finden sich im Anhang B in Abschnitt B.4 ).

Der heißeste Bereich des aus der stationären Gasturbine ausströmenden Rauchgases wird daher im zweiten Überhitzer der Hochdruckstufe mit dem Dampf in Kontakt gebracht. Daran schließt sich die Zwischenüberhitzung, gefolgt von weiteren HD-Stufen an, bis der Hochdruckverdampfer erreicht ist. In diesem Teil der Anlage wird die größte diskret auftretende Wärmemenge ausgetauscht, was den hier bestimmenden Parametern den größten Einfluss auf die Dampfstrecke verleiht. Es folgen die beiden Verdampfer für die MD- und ND-Stufe, sowie die entsprechenden Vorwärmer und Überhitzer für diese Druckstufen. Die jeweils farbig unterlegten Rechtecke stellen die als Umlaufverdampfer ausgeführten Baugruppen der drei Druckstufen dar. Die Dampfturbinenstufen sind ebenso wie die Kondensatoren stationär ausgeführt. Um die auftretenden Massenänderungen bei den Wasser- und Dampfströmen ausgleichen zu können, ist es erforderlich, den Speisewassersammelbehälter dynamisch zu formulieren. Die nachfolgende Abbildung 6.4 zeigt die Modell-Topologie des Abhitzekeßels. Der in der Beschreibung des Demonstrationsbeispiels 1 vorgestellte Lösungsansatz für die dynamische Dampftrommel wird hier mit Hilfe von zusätzlichen Bauteilen weiter verbessert. Die neue Formulierung mit der eine optimierte Berechnung der Energiebilanz erzielt wird, zeigt Abbildung 3.2 in Kapitel 3. Der Grundgedanke ist es, den Massenspeicher durch eine andere Position realistischer zu integrieren. Das wird erreicht, indem er in den Umlaufkreis des Verdampfers geschaltet wird. Dadurch bleibt zum einen die Möglichkeit erhalten, als Kompensator für das Masseein- und ausspeichern des Verdampfers dienen zu können. Zum anderen lässt sich die energetische Bilanzierung etwas vorteilhafter gestalten, weil die Vermischung des Wassers in der Trommel mit dem aus dem Vorwärmer zufließenden berücksichtigt wird. Es bedarf allerdings einer Logikschaltung, damit die Verrechnung der Massenströme korrekt ausgeführt werden kann. Ein Rechenbaustein vergleicht den Speisewasserzufluss mit der Dampf-Anforderung. Ist die Differenz negativ, d.h. herrscht ein größerer Zulauf an Speisewasser als verbraucht wird, so wird dieser Überschuss direkt dem Massenspeicher zugeführt. Kehren sich die Verhältnisse um, so sorgt ein weiterer Rechenbaustein dafür, dass ein entsprechender Betrag dem Massenspeicher entnommen wird. Finden Änderungen des Massenstromes bedingt durch den dynamischen Verdampfer statt, so kommen diese ebenfalls über die Dampftrommel zum Tragen, indem sie sich wiederum auf den angeforderten Zulauf zur Trommel auswirken.



**Abbildung 6.4.:** Fließbild des Abhitzekekessels mit drei Druckstufen, Demonstrationsbeispiel 3



## 7 Ergebnisse

Die vorgestellten Demonstrationsbeispiele sollen unter den verschiedensten Randbedingungen und Aspekten die Möglichkeiten der dynamischen Komponenten in komplexeren Verschaltungen aufzeigen. Einerseits wird stets der Aspekt der benötigten Rechenzeit betrachtet, andererseits findet sich auch eine genaue Analyse, welche Simulationsmodelle und Fragestellungen konvergenzstabil, reproduzier- und belastbar durchgeführt werden können.

### 7.1 GuD mit einer Druckstufe

Im Wesentlichen wird der Aufbau dieser Kreisprozess-Simulation als Benchmark für die Rechenzeit der Simulationsergebnisse verwendet. Einerseits zeigt der Vergleich der Algorithmen, an welchen Stellen noch Verbesserungspotenzial in Bezug auf den Bedarf an Rechenzeit zu finden ist, andererseits lassen sich Testläufe im Komponentenverbund realisieren, welche mit größeren Modellen insgesamt zu viel Zeit in Anspruch nehmen würden. Im Folgenden findet sich kurz dargestellt, welche zusätzlichen Informationen die transiente Simulation gegenüber der rein stationären mit sich bringt. Der wichtigste Aspekt zeigt sich bei Druckschwankungen, wie sie beispielsweise im Gleitdruckbetrieb induziert werden können. Neben den thermischen Speichereffekten in den Wärmeübertragern kommt ein weiteres Phänomen hinzu. Eine dynamische Dampftrommel kann bei abfallendem Druck einen zusätzlichen Massenstrom an Dampf ausspeichern und umgekehrt bei Druckanstieg durch Kondensation Dampf einspeichern. Das nachfolgende Diagramm in Abbildung 7.1 zeigt qualitativ die Auswirkungen einer plötzlichen Druckabsenkung von  $0.75\text{ bar}$  sowohl auf die im Verdampfer gespeicherte Fluidmasse als auch die Änderung des Frischdampfmassenstromes für die beiden Modelle. Die schwarze durchgezogene Kurve repräsentiert die Dampfmasse im Verdampfer beim Crank-Nicolson-Modell, die rote gestrichelte Linie zeigt die gleiche Größe für das physikalisch reduzierte Modell.

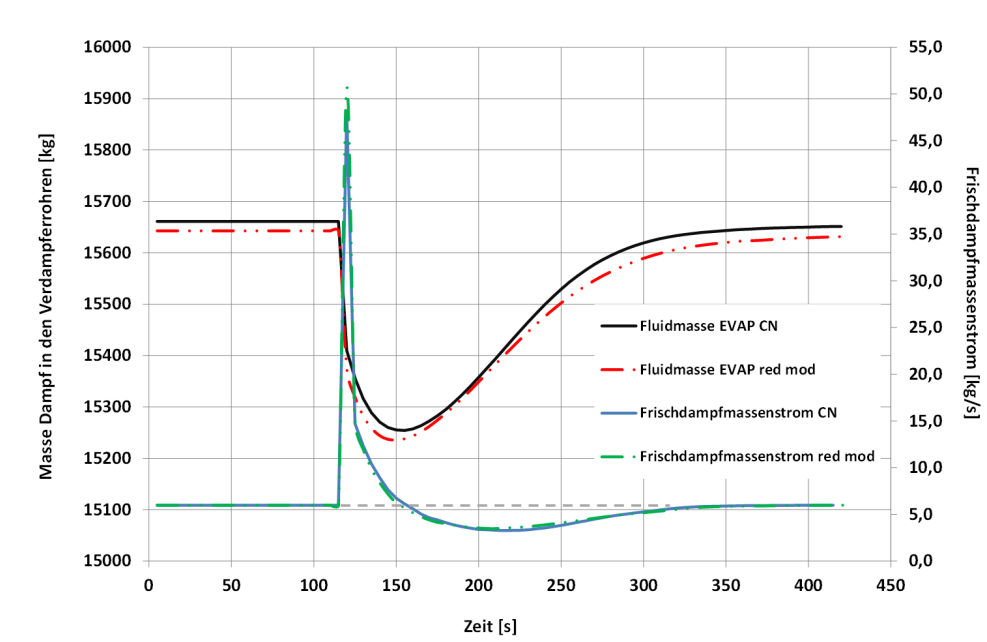
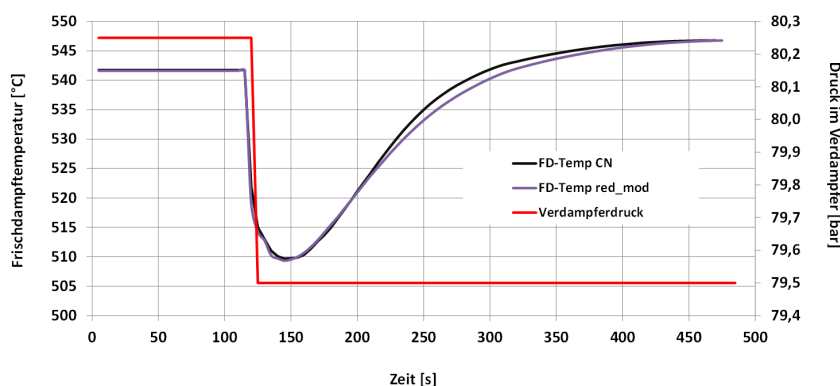


Abbildung 7.1.: Diagramm Verlauf der Dampfmassenströme beim Druckwechsel

Beginnend mit einem Vorlauf von 120s ohne Änderung der Prozessparameter errechnet sich einmal eine Dampfmasse von  $15660\text{ kg}$  im Falle Crank-Nicolson und anderenfalls ein Wert von  $15640\text{ kg}$ . Sehr deutlich zeigt sich unmittelbar nach der Druckabsenkung bei beiden Varianten ein sehr kurz auftretender Spitzenwert von ca.  $47\text{ kg/s}$  in der blauen Kurve, welche den Dampfmassenstrom des Crank-Nicolson-Modells repräsentiert, während im anderen Falle, dargestellt in der grün gestrichelten Linie, sogar  $51\text{ kg/s}$  erreicht werden.

Die in den Rohren eingespeicherte Dampfmengen sinken auf  $15255\text{ kg}$  und auf  $15240\text{ kg}$  ab, um sich nach ca. 420s wieder dem neuen Endwert asymptotisch zu nähern. Der Frischdampfmassenstrom bildet mit dem stationären Anteil als

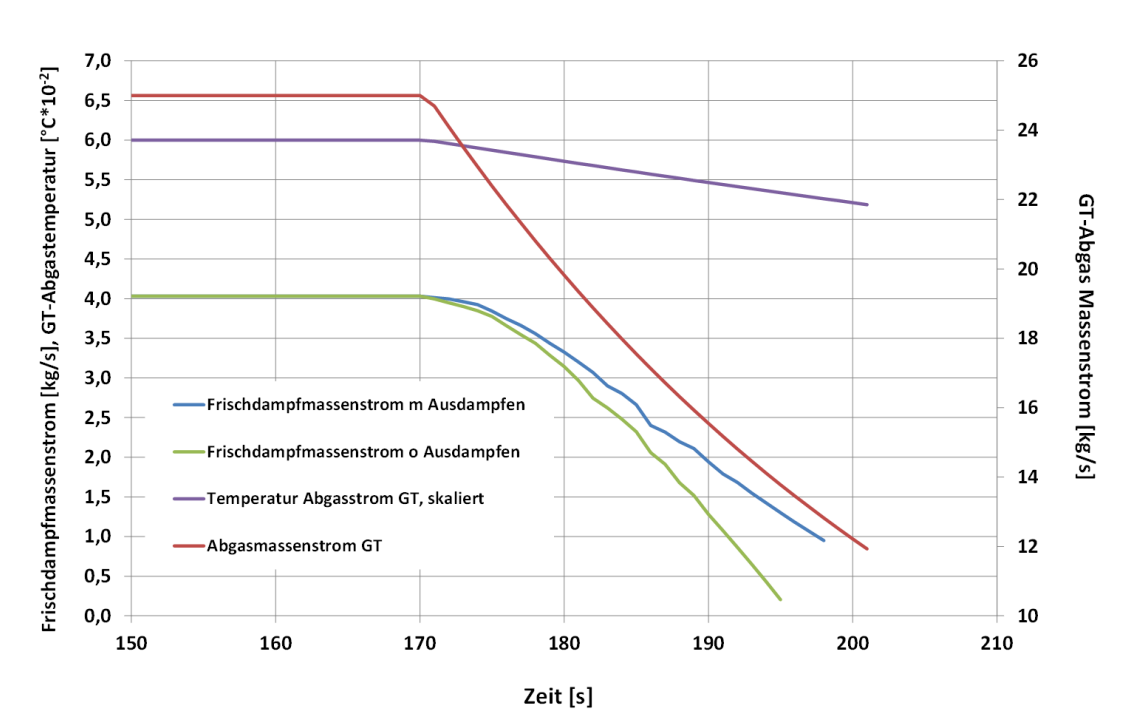
Offset (graue gestrichelte Linie) die erste zeitliche Ableitung der gespeicherten Masse. Gute Übereinstimmung zeigt sich hier sowohl am Scheitelpunkt bei ca. 155s (Minimum) und bei 210s (Wendepunkt). Aufgrund des veränderten Druckes werden die Ausgangswerte nicht mehr ganz erreicht. Die Abweichungen der beiden Modelle betragen maximal 10.2% bei den Massenströmen und 0,24% bei den gespeicherten Massen. Im arithmetischen Mittel betragen diese 3.6% und 0.14%. Nachfolgendes Diagramm in Abbildung 7.2 zeigt die mit den Werten im vorigen Diagramm (Abbildung 7.1) korrespondierenden Frischdampftemperaturen, sowie den aufgeprägten Drucksprung von 80.25bar auf 79.5bar nach 120s.



**Abbildung 7.2.:** Diagramm Verhalten der Dampftemperatur beim Druckwechsel

Nach der Druckabsenkung fallen bei beiden Modellen die Frischdampftemperaturen um 37.1K beim Crank-Nicolson-Verfahren und um 37.4K beim reduzierten Modell. Hier zeigt sich wiederum eine gute Übereinstimmung der Modelle. Die Maximalabweichung beträgt 6.5%, im Mittel ergibt sich mit 0.35% ein ebenfalls verlässliches Ergebnis.

Als Testfall für die nachfolgende Analyse der Modellperformanz wird der Ausfall der Gasturbine aus dem stationären Betrieb heraus berechnet. Die beiden Übertragungsfunktionen für die Temperatur und den Massenstrom des Turbinen-Rauchgases werden mit Hilfe von Herstellerangaben modelliert. Nachfolgende Abbildung zeigt das Verhalten der Eingangsgrößen ( $\dot{m}_{RG}$  und  $T_{RG}$ ), und die Antwort des Modells:



**Abbildung 7.3.:** Diagramm Verlauf der Abgastemperatur und Massenstromes beim Ausfall der Gasturbine

Nach 170s stationärem Betrieb fällt die Gasturbine ( $T_{0,Abgas} = 600^{\circ}\text{C}^1$  und  $m_{0,Abgas} = 25\text{kg/s}$ ) aus und es ergeben sich entsprechend deren Nachlaufverhaltens die beiden Kurven für den Abgasmassenstrom (rot) und dessen Temperatur (violett). Diese wurden mit Übertragungsfunktionen nachgebildet. Sehr schön zu erkennen ist der Einfluss des Ausdampfens im Vergleich zu einer Berechnung ohne diesen Effekt, wie die grüne und blaue Linie in der Entwicklung des Frischdampf-massenstroms zeigt. Beide Kurven starten bei einem Massenstrom von etwa  $4\text{kg/s}$ . 20s nach dem Ausfall der Gasturbine zeigt die Berechnung mit Berücksichtigung des Ausdampfens noch einen Wert von ca.  $2\text{kg/s}$ , während im anderen Fall der Wert bereits auf  $1,25\text{kg/s}$  abgesunken ist. Der leicht schwankende Verlauf dieser beiden Kurven lässt sich auf die Relaxationseinstellungen des Gleichungslösers zurückführen, hier könnten mit veränderten Parametern noch bessere Resultate erzielt werden.

<sup>1</sup> Der Übersichtlichkeit halber wird die Temperatur mit dem Faktor  $10^{-2}$  skaliert.

In der nachfolgenden Tabelle 7.1 finden sich nochmal alle Simulationsergebnisse für den Ausfall der Gasturbine im Überblick:

**Tabelle 7.1.: Zusammenfassung Performanz-Analyse der Modelle**

Modell	GT_trip_red_mod_V12	GT_trip_red_mod_V13	GT_trip_CN_V12	GT_trip_CN_V13
Beschreibung	In der örtlichen Diskretisierung reduziertes Modell	In der örtlichen Diskretisierung reduziertes Modell mit verbesserten Startwerten	Modell mit Crank-Nicholson-Verfahren	Modell mit Crank-Nicolson-Verfahren und veränderter Struktur der Initialisierung
Durchschnittliche Gesamt-Rechenzeit [ms]	6858.8	1709.7	5079.8	6166.8
Durchschnittliche Zahl Iterationsschritte pro Zeitschritt	66.0	56.2	63.0	57.0
Durchschnittliche Dauer der Initialisierungsschritte [ms]	273.4	83.9	1742.1	1317.2
Faktor in Bezug auf die physikalische Zeit Leistungskennziffer	4.0	1.0	3.0	3.6
Echtzeit-Faktor	29.1	117	39.3	32.4

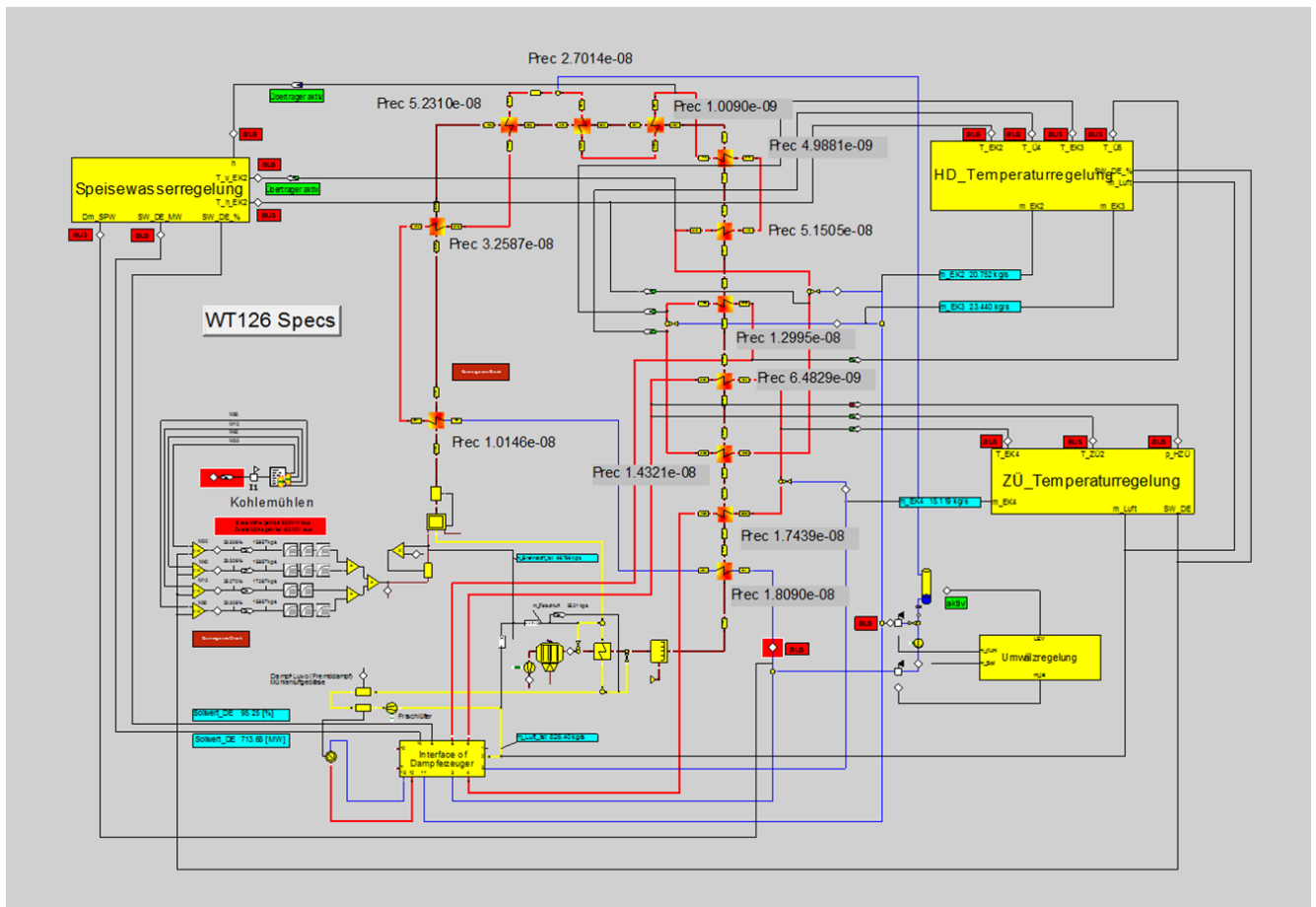
Allen Simulationen liegt folgende Hardware und das hier angegebene Software-Setup zugrunde

Computer	Intel(R)Xeon(R)CPU E5-2643 0 @ 3.30GHz (Prozessoren), 64 Bit OS
EBSILON	32 Zeitschritte, 1 CPU (nicht parallelisiert), Berechnungsende bei einem Fehler von $10^{-7}$ 56 Komponenten (davon 7 transiente), 51 Verbindungsleitungen

Die Klassierung mit einer Leistungskennziffer in Tabelle 7.1 bezeichnet das performanteste Modell, welches als Referenz den Wert 1.0 zugewiesen bekommt. Das im Rahmen dieser Arbeit für die Software-Release 12 entstandene und bereits im Zuge der Weiterentwicklung der Softwareplattform für Release 13 verbesserte, physikalisch reduzierte Modell zeigt gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren eine 3.6-fach höhere Rechengeschwindigkeit. Das ist in erster Linie dem Umstand geschuldet, dass beim derzeitigen Modell die aktuellen Ergebnisse aus dem transienten Algorithmus abgespeichert werden und somit als deutlich bessere Startwerte für den kommenden Aufruf zur Verfügung stehen. In der Vorversion dagegen kommt lediglich eine erneute Startwertsetzung mit Hilfe der Temperaturen der Fluide zum Einsatz. Damit können innerhalb des dynamischen Teils der Berechnungen viele interne Iterationsschritte eingespart werden. Dies schlägt auch besonders deswegen stark zu Buche, da innerhalb dieser Schleifen häufig zeitintensive Aufrufe zur Stoffdatenberechnung erforderlich sind, wie der Blick auf Gleichung (4.28) deutlich macht. Beim Einsatz des Crank-Nicolson-Verfahren ist diese Vorgangsweise aufgrund der internen Unter-Zeitschritte und Teil-Implicitheit nicht so ohne weiteres praktikabel. Ein weiterer, wichtiger Aspekt ist die Dauer des Initialisierungsschrittes. Wie in Kapitel 3.2.4 ausgeführt, kann für dieses Modell die stationäre Wandtemperatur des Speichers mit Hilfe von (3.40) ohne weiteres angegeben werden. Es sind daher keine Zeitschritte bis zum Erreichen der Stationarität abzuarbeiten, was hier letztlich eine Verkürzung dieser Simulation um einen Faktor von 15.7 bewirkt. In Bezug auf das Echtzeitverhalten hat sich die Simulation wie folgt verbessert, während die Berechnung der 200s anfänglich zwischen 5s und 6s lag, was einem Faktor von etwa 40 entspricht, konnte hier eine Verbesserung auf Werte über 100 erzielt werden. Dass sich bereits bei einem relativ kleinen Modell derartige Unterschiede ergeben können, lässt die Wichtigkeit dieser Neuerungen in der Entwicklung offen zu Tage treten.

## 7.2 Steinkohleblock mit dynamischem Benson-Kessel

Zunächst ein Blick auf das neue R&I-Fließbild des erweiterten Kesselmodells, welches aus dem Modell in Abbildung 6.3 aus dem vorangegangenen Kapitel 6, Abschnitt 6.3 hervorgegangen ist:



**Abbildung 7.4.:** Fließbild des Dampferzeugers Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock nach Verschaltung der transienten Baugruppen

Wie sich im Vergleich mit Abbildung 6.3 erkennen lässt, sind jetzt praktisch alle Signalflüsse (Logikleitungen) mit Direktleitungen gekoppelt, die die leittechnischen Makrobausteine<sup>2</sup> verbinden. Auf diese Weise wird das Berechnungsverfahren dahingehend geändert, dass innerhalb eines Zeitschrittes die Ergebnisse der Komponenten des aktuellen Newton-Iterationsschrittes für den darauf folgenden sofort als Eingabe zur Verfügung stehen.

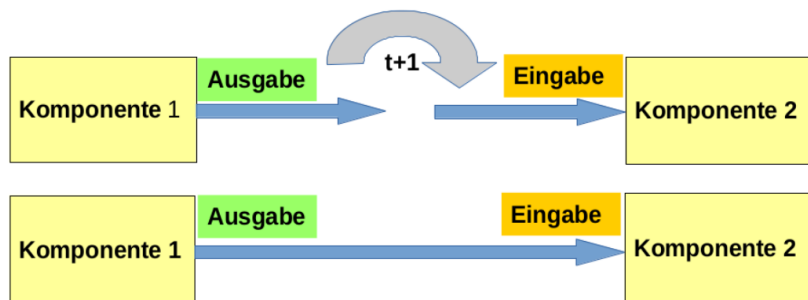
Das steht somit im Gegensatz zu der vorangegangenen Version des Modells. Hier beschränkte sich das Lösungsverfahren auf die Übergabe der Ergebnisse erst nach Beendigung der Newton-Iterationen. Die Berechnungsergebnisse des aktuellen Zeitschrittes werden explizit erst zu Eingabewerten, wenn der Folgezeitschritt berechnet wird.

Der Informationsfluss von Komponente zu Komponente über die Verbindungsleitungen erfährt hier eine Unterbrechung, weil das aktuelle Ergebnis der Komponente 1 für die Komponente 2 erst im darauf folgenden Zeitschritt zur Verfügung steht. Das bringt erhebliche Vorteile in Bezug auf die Konvergenz mit sich, weist aber den Nachteil auf, dass die berechneten Zeitschritte hinreichend klein sein müssen, um die Fehler gering halten zu können. Der Grund hierfür ist darin zu sehen, dass mit dieser Berechnungsmethode zusätzliche, simulationsbedingte Totzeiten in das Modell eingehen, wie es bei der ursprünglichen Version aus Abbildung 6.3 der Fall ist.

<sup>2</sup> Ein EBSILON-Makro beinhaltet seinerseits miteinander verschaltete Komponenten, die über sogenannte Ports mit Ein- und Ausgängen eine Verbindung zum übergeordneten Modell herstellen



Es handelt sich hier um ein, im folgenden als explizites bezeichnetes, Verfahren in Bezug auf die zeitliche Diskretisierung. Alle Resultate des neuen Zeitschrittes werden ausschließlich mit Eingaben aus dem aktuellen Zeitschritt berechnet, wie folgende Abbildung 7.5 schematisch verdeutlicht:

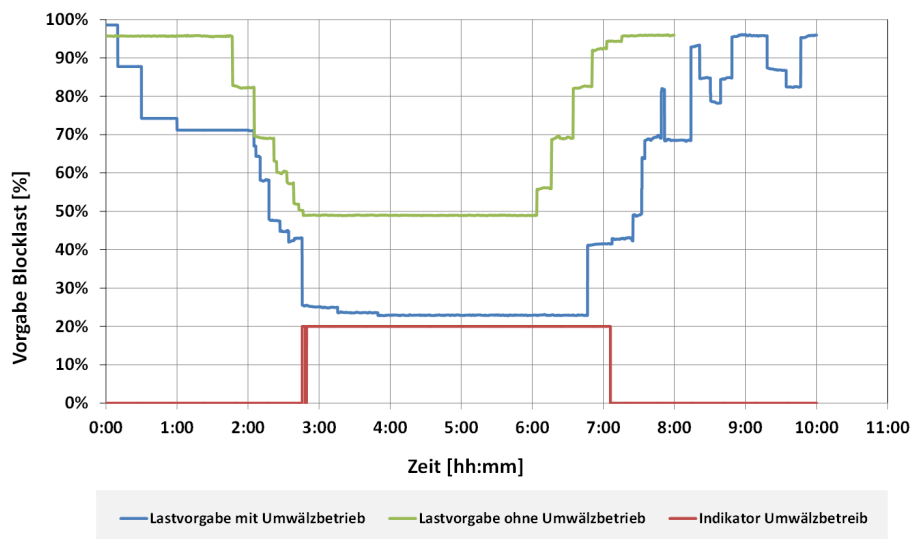


**Abbildung 7.5.:** Schema Informationsfluss zwischen den Komponenten

Der obere Teil des Schemas entspricht dabei der Verschaltung des Ausgangsmodells, während der untere Teil den Aufbau in Abbildung 7.4 beschreibt.

Der ursprüngliche Datensatz aus der Leittechnik des Steinkohleblockes besitzt eine Zeitschrittweite von 20s, was sich mit den ersten Versionen des Simulationsmodell nicht konvergent simulieren lässt. Die Zeitreihenberechnung endet stets mit Fehlermeldungen und nicht konvergierten Rechnungen (M. Richter[109]). Erst mit der Reduktion der Zeitschritte auf 2s können auskonvergierte Lösungen erhalten werden. Die Grundparametrierung in Bezug auf das Teillastverhalten kann in vollem Umfang von dem ursprünglichen Modell übernommen werden. Hier bedarf es keiner weiterer Analysen und Adaption der Parametrierung mit Hilfe von QT-Diagrammen, es kann auf die Vorarbeiten von M. Richter zurückgegriffen werden[109]).

In den folgenden Ergebnissen wird ein Zeitraum von 8 Stunden simuliert. Aus anfänglicher Nennlast des Blocks wird die Leistung auf etwas über 20% abgesenkt. In diesem Zustand verbleibt das Kraftwerk etwa 3 Stunden, um anschließend wieder auf Nennlast hochgefahren zu werden. Während der Niedriglastphase wird der Kessel im Umwälzbetrieb gefahren, das heißt nach den Überhitzerstufen nicht verdampftes Wasser wird abgeschieden und erneut dem Kessel zugeführt. Die nachfolgende Abbildung 7.6 zeigt die Lastprofile sowie die Zeitspanne, während welcher im Umwälzbetrieb gefahren wird.



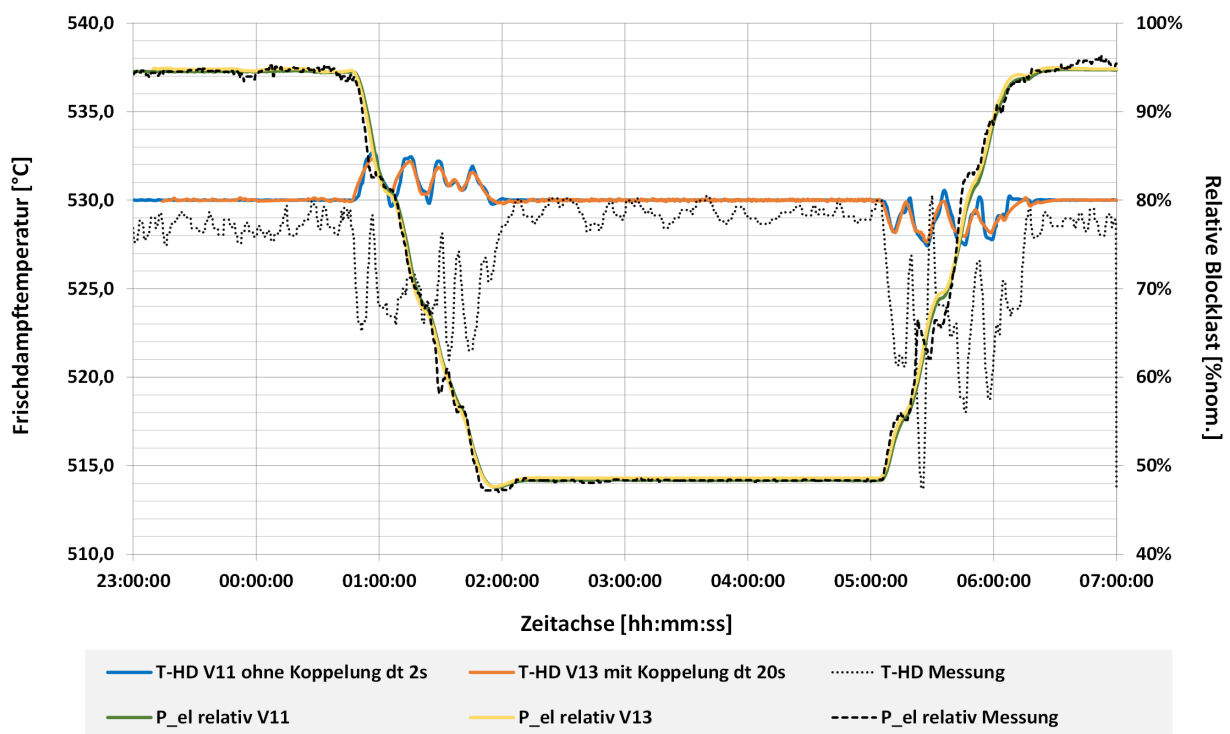
**Abbildung 7.6.:** Lastvorgaben für den Steinkohleblock

---

### 7.2.1 Ergebnisse mit dem gekoppelten Modell und den neuen Algorithmen

---

In diesem Kapitel erfolgt zunächst ein Vergleich der Simulationsergebnisse, die Darstellung der Möglichkeiten, respektive auch der Modellvalidierung anhand der Messergebnisse, die das gekoppelte und damit implizit gewordene Modell bietet, sowie die Analyse der Rechenzeiten und des Konvergenzverhaltens. Hier bringt das gekoppelte Modell immense Vorteile, da mit dem Algorithmus des reduzierten Modells eine Verlängerung der externen Zeitschritte bis auf  $dt = 20s$  problemlos möglich ist. Der dargestellte Zeitraum kann auf diese Weise in knapp 47 Minuten berechnet werden, was in etwa zehnfacher Echtzeit entspricht, eine umfangreichere zusammenfassende Darstellung der Rechenzeiten befindet sich am Ende dieses Abschnittes. Zur gegenseitigen Validierung der Simulationsergebnisse erfolgt in Abbildung 7.7 eine Analyse der resultierenden Blockleitungen, verbunden mit der Entwicklung der Frischdampftemperaturen. Die Last erfährt eine Absenkung bis knapp unter die 50% Marke, gemäß der Vorgabe aus Abbildung 7.6, wie sie die grüne Linie zeigt.



**Abbildung 7.7.:** Demonstrationsbeispiel 2, Steinkohleblock, Vergleich der Frischdampftemperaturen und Blockleistungen bei Lastabsenkung

Der Legende liegt dabei folgende Schematik zugrunde

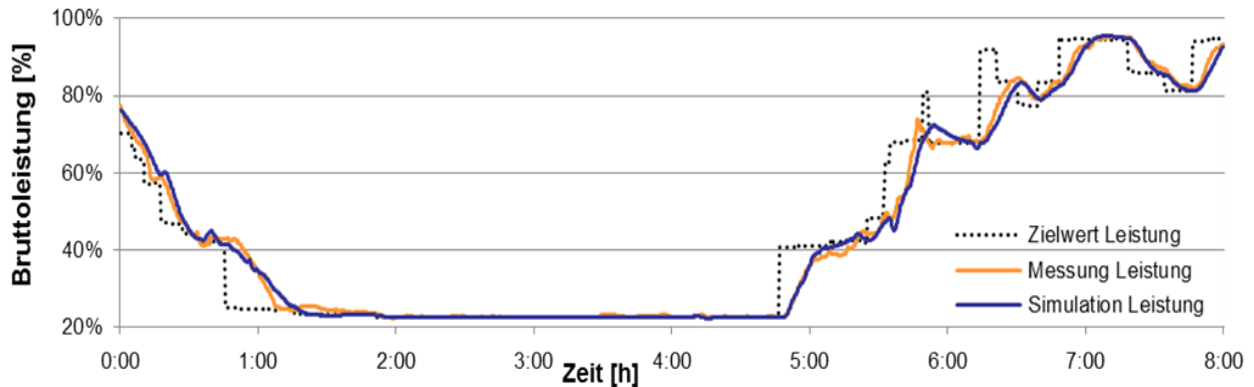
T-HD V11 ohne Koppelung dt 2s	Frischdampftemperatur, explizites Verfahren, gerechnet mit der Entwicklungsstufe ohne verbesserte Startwerte, externe Zeitschrittweite 2s
T-HD V13 mit Koppelung dt 20s	Frischdampftemperatur, Verfahren mit gekoppelten Bauteilen (gemäß Abbildungen 7.4 und 7.5 unterer Teil), gerechnet mit der Entwicklungsstufe mit verbesserten Startwerten, externe Zeitschrittweite 20s
T-HD Messung	Frischdampftemperatur, Prozessdaten
P_el relativ V11	relative elektrische Generatorleistung, gerechnet mit der Entwicklungsstufe ohne verbesserte Startwerte
P_el relativ V13	relative elektrische Generatorleistung, gerechnet mit der Entwicklungsstufe mit verbesserten Startwerten
P_el relativ Messung	relative elektrische Generatorleistung, Prozessdaten bezogen auf Nennlast

Die orange und blaue Kurve zeigen jeweils die Entwicklung der Frischdampftemperaturen, einmal für die gekoppelte Variante mit einem  $dt = 20s$  und dagegen die separierte Vorgängerversion, gerechnet mit den  $dt = 2s$  Zeitintervallen. Sowohl was die Abweichungen der Temperaturen als auch die der Gradienten anbelangt, fallen diese Werte mit einem Maximum von 0.22%, bzw. 0.41K pro Zeitschritt sehr gering aus. Das Modell zeigt an dieser Stelle eine sehr gute Eignung zur Abbildung der Dynamik. Die Differenz zu den gemessenen Werten ist bei beiden Simulationen ähnlich und begründet sich darin, dass die Regelgüte aufgrund nicht modellierter und somit unberücksichtigter Störgrößen sowie Totzeiten deutlich besser ausfällt[110]. Darüber hinaus können sich bei der Messwerterfassung im Kraftwerk Schwankungen infolge ungleichmäßiger Ausprägungen der Strömungsgeschwindigkeitsprofile ergeben, welche die Temperaturprofile beeinflussen können. Hierin begründen sich die dargestellten Abweichungen der Frischdampftemperaturen. Im Vergleich der abgegebenen Leistungen zeigen sich wiederum sehr gute Übereinstimmungen sowohl der Modelle untereinander als auch den Messwerten gegenüber. Im Allgemeinen liegen die Fehler deutlich unter 1%. Lediglich an den Stellen, die die größten Deviationen der Frischdampftemperaturen aufweisen, finden sich auch hier Abweichungen der simulierten Leistungen von etwas mehr als 10% gegenüber den Messdaten, wohingegen die Modelle untereinander mit einem maximalen

Fehler von 1.05% deutlich mehr Kongruenz zeigen.

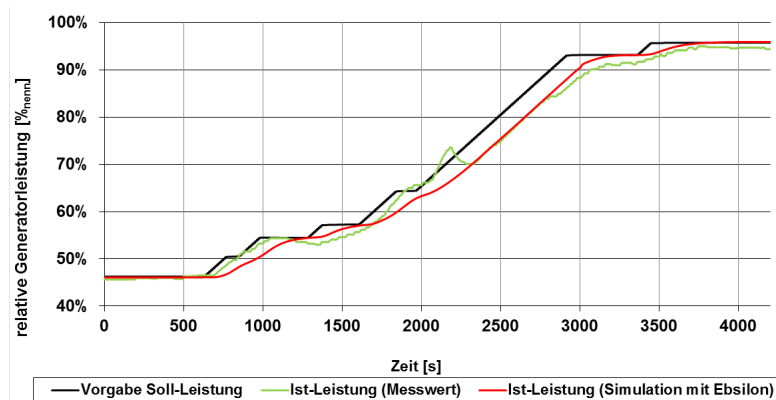
## 7.2.2 Ergebnisse für ein Lastprofil mit Umwälzbetrieb

Im Folgenden wird ein weiteres Lastprofil simuliert, welches eine gegenüber dem vorangegangenen Fall noch geringere Mindestlast, und verbunden damit eine Kesselfahrweise mit Umwälzbetrieb aufweist. Die Lastvorgabe für dieses Profil findet sich in Abbildung 7.6 in der blauen Kurve. Die weitere Entwicklung und Verfeinerung des Modells macht einerseits die Simulation eines derartigen Lastprofils überhaupt erst möglich. Andererseits führt sie zu einer deutlich verbesserten Annäherung der Resultate an die Messdaten des Blockes, wie im nachfolgenden Diagramm dargestellt:



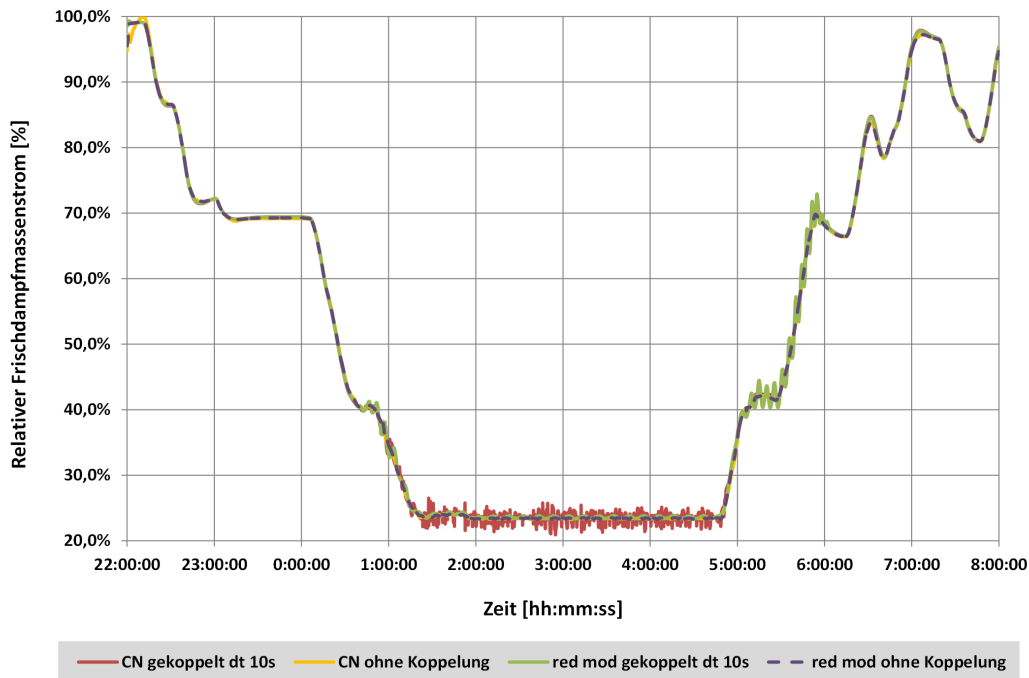
**Abbildung 7.8.:** Verbesserte Simulation Demo-Beispiel 2, Steinkohleblock, Lastabsenkung mit Umwälzbetrieb[110]

In Abbildung 7.8 ist bereits die weitere Absenkung der Blocklast bis knapp über die 20%-Marke zu erkennen, was gleichbedeutend damit ist, dass jetzt im Umwälzbetrieb gefahren wird. Die Fortentwicklung der Bauteile und Algorithmen ermöglicht, dass auch diese Betriebsweise Eingang in die Simulation findet. Es zeigt sich gegenüber früheren Ergebnissen[108] ein wesentlich größerer Detaillierungsgrad in der Kurve der simulierten Leistung, wie das Diagramm in Abbildung 7.9 zeigt:



**Abbildung 7.9.:** Simulationsergebnisse Lastwechsel erstes dynamisches Kraftwerksmodell

Einerseits ist hier das transiente Verhalten der Kohlemühlen implementiert, andererseits erfahren die leittechnischen Teile des Modells, bedingt durch den jetzt möglichen Einsatz von Rampenfunktionen, eine verbesserte Annäherung an die realen Verhältnisse. Um zu einer umfassenden Beurteilung der erzielten Verbesserungen zu gelangen, ist es zum einen erforderlich, die benötigten Rechenzeiten und Anzahl der Iterationsschritte zu vergleichen, zum anderen, eine Analyse der Stabilität, bzw. Qualität der Ergebnisse durchzuführen. Als eine mögliche Vergleichsgröße kann hierzu der relative Frischdampfmassenstrom ( $\frac{\dot{m}_{FD,Betr}}{\dot{m}_{FD,Nenn}} \cdot 100\%$ ) herangezogen werden, womit sich folgendes Bild ergibt, dargestellt in Abbildung 7.10:



**Abbildung 7.10.:** Relative Frischdampfmassenströme Demonstrationsbeispiel 2 beim Lastwechsel mit Umwälzbetrieb

Das Diagramm zeigt die Ergebnisse von vier Simulationen, die beiden „ohne Koppelung“ apostrophierten Varianten sind die mit dem eingangs beschriebenen expliziten Verfahren nachgerechneten Fälle der ursprünglichen Referenzversion von M. Richter[110] mit einem Zeitintervall von  $dt = 2s$  und der Übergabe der Ergebnisse innerhalb der einzelnen Zeitschritte wie in Abschnitt 6.3 erläutert. Diese Modelle (gelbe und schwarz gestrichelte Linie) liefern praktisch deckungsgleiche Ergebnisse. Die anderen Kurven zeigen in Rot einmal das gekoppelte Modell mit dem Crank-Nicolson-Algorithmus gerechnet und in Grün das physikalisch reduzierte Berechnungsverfahren. Große Unterschiede zu den anderen Simulationen sind auch hier nicht zu erkennen, bis auf die „verrauschten“ Werte einmal beim Crank-Nicolson-Modell in der Niedriglast-Phase und beim physikalisch reduzierten Modell speziell zu Beginn des Umwälzbetriebes bei einem relativen Frischdampfmassenstrom von ca. 40% und wieder verstärkt im Bereich des Wiederaufstieges aus dem Umwälzbetrieb heraus. Zum einen begründet sich das in der starken Koppelung der Bauteile, weil sich Störungen unter Umständen ungedämpft über das komplette Modell erstrecken und aufschaukeln können. Dieser Effekt ist im nicht gekoppelten Modell praktisch nicht zu beobachten, da die Eingangs-/Vorgabewerte nur einmalig zu Beginn des Zeitschrittes gesetzt und nicht mit iteriert werden. Zum anderen verschärft der Umwälzbetrieb durch die Rückführung eines zusätzlichen Massenstromes auf die Verdampferstrecke die Bedingungen für das Konvergieren der Massenbilanzen der transienten Wärmetauscher. Die numerisch anspruchsvolle Koppelung zwischen übertragener Wärme und einer Massenbilanz, die Akkumulation zulässt, verlangt vermutlich auch hier für die sichere Konvergenz des Newtonverfahrens nach zusätzlichen partiellen Ableitungen (siehe hierzu die Ausführungen im folgenden Abschnitt 7.3). Den zweiten zu betrachtenden Aspekt bei der Steigerung der Leistungsfähigkeit der dynamischen Komponenten stellt die Entwicklung der Rechenzeiten dar, zusammengefasst in Tabelle 7.3:

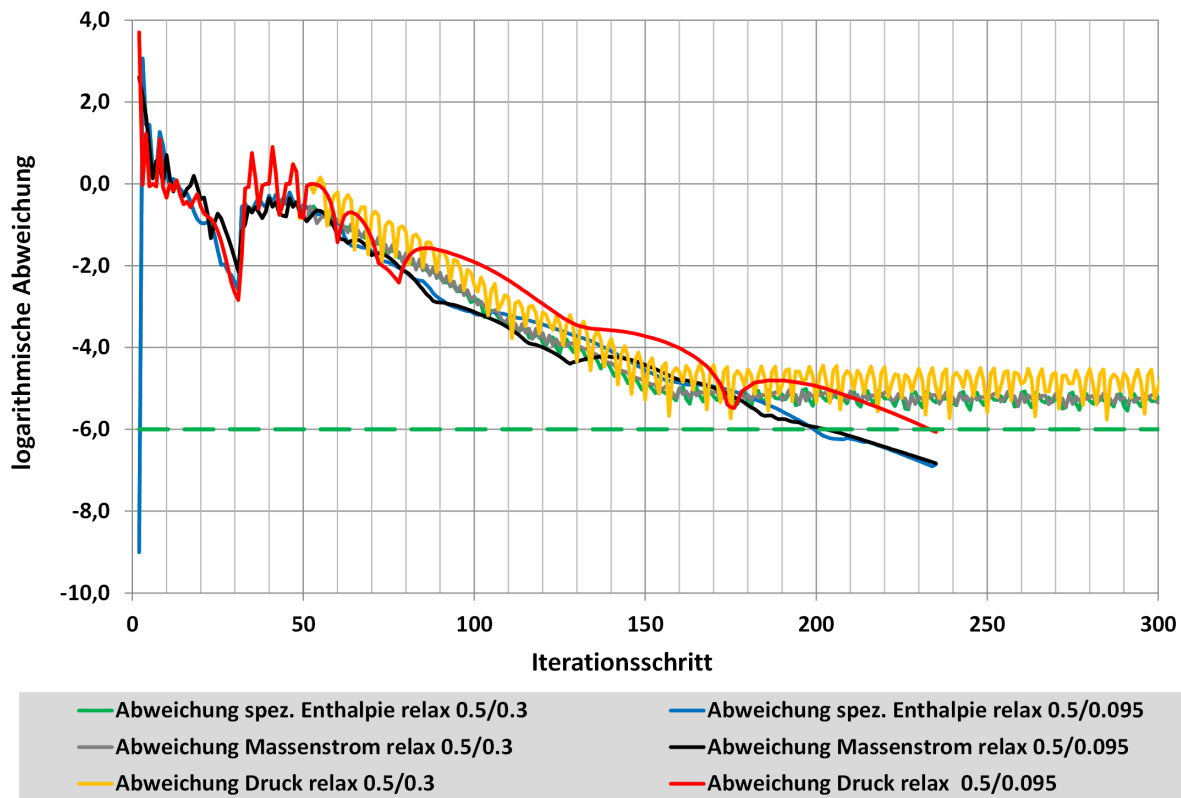
**Tabelle 7.3.:** Zusammenfassung Performanz-Analyse für verschiedene Zeitschrittweiten und Konfigurationen

Modell	CN m UWB o K	red_mod m UWB o K	CN m UWB m K	red_mod m UWB m K	CN o UWB m K	red_mod o UWB m K
Zeitschrittweite [s]	2	2	10	10	20	20
Mittlere Anzahl Iterationsschritte pro Zeitschritt	118	217	332	260	300	284
Standardabweichung Iterationsschritte pro Zeitschritt	28	32	302	142	160	140
Durchschnittliche Rechenzeit pro Iterationsschritt [ms]	3.50	2.34	28.98	6.18	43.64	6.87
Durchschnittliche Rechenzeit pro Zeitschritt [ms]	413	508	9620	1608	13092	1954
Rechenzeit gesamt [h]	2.07	2.54	9.62	1.61	5.24	0.78
Echtzeitfaktor	3.86	3.15	0.83	4.97	1.53	10.13
Anzahl Zeitschritte in der Zeitreihe	18000	18000	3600	3600	1440	1440

Die Bezeichnung der Modelle erklärt sich nach folgender Schematik:

Bezeichner	Kennung	Erläuterung
Präfix	CN	Alle transienten Wärmetauscher werden mit Hilfe des Crank-Nicholson-Verfahrens berechnet
	red_mod	Alle transienten Wärmetauscher werden mit Hilfe des in der örtlichen Diskretisierung reduzierten Verfahrens berechnet
Folge	m UWB	Der minimale Lastpunkt ist so gewählt, dass Umwälzbetrieb auftritt
	o UWB	Der minimale Lastpunkt ist so gewählt dass ohne Umwälzbetrieb gefahren wird
Ende	m K	Das Modell arbeitet mit den direkten Verbindungsleitungen der Komponenten untereinander
	o K	Das Modell arbeitet mit dem expliziten Verfahren

Der Rechenzeitbedarf liegt bei den Versionen der ersten zwei Spalten im Bereich von etwas mehr als zwei Stunden und ca. zweieinhalb Stunden bei Verwendung der reduzierten Modelle für die transienten Wärmetauscher. Gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren werden mehr Iterationsschritte pro Zeitschritt benötigt, dafür liegt die Rechenzeit mit  $2.54\text{ms}$  pro Iterationsschritt etwa um den Faktor 1.50 niedriger als bei Crank-Nicolson, welcher  $3.50\text{ms}$  pro Iteration in Anspruch nimmt. Die größere Zahl an Iterationsschritten bei dem reduzierten Modell ist dem Umstand geschuldet, dass nicht mit der gleichen Relaxation gearbeitet werden kann. Die Vorgabe des Relaxationsfaktors  $\omega$  aus (2.18) von anfänglich  $\omega = 0.5$  und  $\omega = 0.3$  nach 35 Schritten (identisch dem Modell mit Crank-Nicolson-Algorithmus) führt bei dieser Simulation nicht zu der gewünschten Abbruchgenauigkeit, wie die nachfolgende Abbildung 7.11 verdeutlicht. Erst eine Erhöhung der Relaxation  $\omega$  auf einen Wert von 0.095 lässt die Rechnung eine Genauigkeit von  $10^{-6}$  zum Abbruch erreichen.



**Abbildung 7.11.:** Konvergenzverlauf reduziertes Modell Demonstrationsbeispiel 2 mit verschiedenen Relaxationsfaktoren

Dargestellt sind hier für die eingangs genannten Fallbeispiele die Maxima der logarithmischen Abweichungen der drei Basisgrößen Enthalpie, Masse und Druck über den Iterationsverlauf, berechnet nach folgender Gleichung:

$$dev_{X_i} = \log_{10} \left( \frac{\max |X_i^n - X_i^{n-1}|}{|X_i^n|} \right) \quad (7.1)$$

mit

$$X_i = \begin{cases} h & \text{spezifische Enthalpie} \\ m & \text{Massenstrom} \\ p & \text{Druck} \end{cases} \quad \text{wobei der Index } i \text{ für die Verbindungsleitung steht}$$

$n$  bezeichnet den aktuellen Iterationsschritt

Auf diese Weise erhält man den Verlauf der Änderungen über die Iterationsschritte des Newtonverfahrens. Erst wenn alle drei Größen das gesetzte Limit (hier  $10^{-6}$ , bzw.  $-6$ , dargestellt mit der grün gestrichelten Linie) unterschritten haben, gilt die Berechnung als konvergiert. Sehr gut zu erkennen ist das gleiche Anfangsverhalten bei beiden Simulationen mit dem Relaxationsfaktor 0.5, danach ergeben sich entscheidende Unterschiede im Verlauf der Kurven. Während die niedriger relaxierte Berechnung, repräsentiert durch die im oberen Teil der Legende angegebenen Kurven, nach ca. 150 Schritten bei einer logarithmischen Abweichung von  $-5$  verharret, ist im anderen Falle ein weiterer Abfall zu verzeichnen. Die Abweichungen des Druckes (rote Kurve) erreichen als letzter Wert die Abbruchgrenze. Der Konvergenzverlauf dieses Modells ist jetzt nicht mehr von den Oszillationen der vorigen Einstellung geprägt, weist aber den Nachteil auf, dass der Solver pro Rechenschritt weniger schnell der Lösung entgegen strebt. Die Kurven verlaufen flacher und erfordern damit mehr Iterationsschritte.

Die Standardabweichung der benötigten Iterationsschritte ist in etwa gleich, womit auf ein insgesamt ähnlich stabiles Verhalten der Algorithmen geschlossen werden kann. Des Weiteren finden sich zwei gekoppelte Varianten des Kraftwerkmodells mit jeweils einem  $dt = 10s$ . Hier zeigt das reduzierte Modell deutlich bessere Leistungswerte sowohl in Bezug auf die benötigten Iterationen als auch den Zeitbedarf für den einzelnen Iterationsschritt. Dieser steht hier mit 6.2ms dem 4.5fachen von 29ms gegenüber. Hierzu ist noch ergänzend anzumerken, dass das Crank-Nicolson-Verfahren nicht

mit einer Schrittweite von  $dt = 10s$  ausgeführt werden kann, die interne Zeitschrittweite wird mit  $dt = 5s$  festgelegt<sup>3</sup>. Der Blick auf die Standardabweichungen verdeutlicht zudem, dass das Crank-Nicolson-Verfahren in diesem Fall weniger stabil arbeitet. Für den kompletten Rechenzeitbedarf ergibt sich damit ein Faktor 6. Eine mögliche Erklärung für dieses Verhalten ist darin zu sehen, dass aufgrund des in Kapitel 4.1.1 beschriebenen ADI-Verfahrens häufiger die Energiebilanz zwischen Fluid und Speicher gelöst wird. Das könnte seinerseits fallweise einen erhöhten Bedarf an Iterationsschritten in dieser instationären Routine nach sich ziehen.

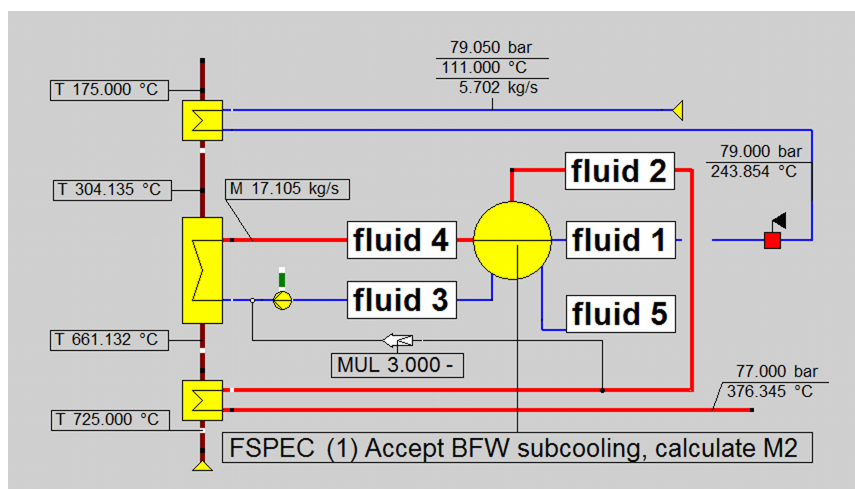
Die letzte Analyse gilt zwei Fällen des gekoppelten Modells ohne Umwälzbetrieb, wobei sich erneut ein großer Vorteil des reduzierten Modells zeigt. Da die pro Iterationsschritt benötigte Zeit für ein externes  $dt = 20s$  gegenüber dem  $dt = 10s$  in der Spalte (red\_mod UWB m K) mit  $6.9ms$  nur unwesentlich länger ( $6.2ms$ ) ist, ergibt sich angesichts der halbierten Zahl der Zeitschritte gegenüber dem Crank-Nicolson-Algorithmus eine immense Verkürzung der Gesamtrechenzeit auf deutlich unter eine Stunde. Das begründet sich in erster Linie mit der Wahl der Startwerte beim reduzierten Modell. Für den komplexeren Fall mit Umwälzbetrieb kann mit den vorgestellten Algorithmen fast fünffache Echtzeit erreicht werden, wohingegen die wegen der fehlenden starken Rückkopplungen der Massenströme im Kessel numerisch etwas einfachere Simulation ohne den Umwälzbetrieb hier Werte über 10 erreicht.

## 7.3 Dynamischer Abhitzekeessel mit drei Druckstufen

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse für das Demonstrationsbeispiel 3 vorgestellt. Die Simulationen gestalten sich prinzipiell als recht rechenzeitintensiv, da die Berechnungen der Zeitschritte nur mit sehr starker Relaxation zur Konvergenz gebracht werden können. Werte von 0.1 für  $\omega$  (siehe (2.18)) sind durchweg erforderlich und verlangsamen das Erreichen des Abbruchkriteriums. Das erfordert zunächst eine Analyse der Ursachen für das Verhalten dieses Modells.

### 7.3.1 Stationäre Dampftrommel Ergänzung partieller Ableitungen

Die Arbeiten mit dem sich im Gleitdruckbetrieb befindenden Abhitzekeessel bringen folgende Problematik zu tage. Das Konvergenzverhalten des im Mehrdimensionalen angewendeten Newton-Verfahrens hängt von den in der Jacobimatrix eingesetzten partiellen Ableitungen ab. In den meisten Fällen werden nur die wesentlichen Beiträge in dieser Matrix berücksichtigt. Sofern möglich greift man dafür auf die analytisch zugänglichen Ableitungen zurück. Eine numerische Ermittlung der erforderlichen Terme ist zwar ebenfalls möglich, bedeutet aber einen teilweise nicht unerheblichen Mehraufwand an Rechenzeit. Darüber hinaus können die Ableitungen das Konvergenzverhalten massiv beeinträchtigen, wenn sich die Funktionswerte nicht in Lösungsnähe befinden. Das Newtonverfahren vereinfacht sich zwar bei reduzierter Anzahl der Ableitungen, kann aber unter Umständen keine quadratische Konvergenzrate mehr erreichen oder muss näher an der Nullstelle gestartet werden[65]. Dies soll zunächst am Beispiel der stationären Dampftrommel erläutert werden. In Abbildung 7.12 findet sich das entsprechende Modell:



**Abbildung 7.12.:** Fließbild einer Verschaltung einer Dampftrommel (stationär) mit einem Umlaufverdampfer

<sup>3</sup> Mit dem aktuellen Entwicklungsstand ist mit  $dt = 10s$  ohne (Zeit-)Unterschritte keine vollständige Simulation der Zeitreihe durchführbar, da immer wieder nicht konvergierte Zeitschritte auftreten, die die weitere Rechnung unbrauchbar machen.



Bei der Verwendung von Umlaufverdampfern ist es erforderlich, den Wärmetauscher im Zweiphasengebiet zu betreiben, damit für das Bauteil gefährliche Zustände in Form von thermischer Überlastung (Dryouts) vermieden werden können. Das wiederum macht eine Separation von Sattdampf und Sattwasser erforderlich, um am Austritt der Verdampferstrecke, bzw. am Kopf der Trommel auf der Leitung „fluid 2“ entsprechende Bedingungen garantieren zu können. Die übrigen Leitungen in dem Modell entsprechen sich in der Indizierung mit den Bilanzen. Die Massenbilanz der Trommel lautet für alle eintretenden, positiv gewichteten Ströme in Verbindung mit den mit negativem Vorzeichen behafteten abfließenden:

$$m_1 - m_2 - m_3 + m_4 - m_5 = 0 \quad (7.2)$$

und nach dem ersten Hauptsatz formuliert, die Energiebilanz:

$$m_1 \cdot h_1 - m_2 \cdot h_2 - m_3 \cdot h_3 + m_4 \cdot h_4 - m_5 \cdot h_5 = 0 \quad (7.3)$$

Für den angestrebten Gleitdruckbetrieb ist der Austritts-Sattdampfmassenstrom  $m_2$  gesucht, daher Einsetzen von (7.2) in (7.3) und Zusammenfassung der Koeffizienten vor den Massenströmen:

$$m_1 \cdot (h_1 - h_2) + m_3 \cdot (h_2 - h_3) + m_4 \cdot (h_4 - h_2) - m_5 \cdot (h_2 - h_5) = 0 \quad (7.4)$$

Da in der Regel die Enthalpie  $h_1$  bekannt ist, empfiehlt sich eine weitere Umformung von (7.4), um zu diesem Aussehen zu gelangen:

$$m_1 + m_3 \cdot \frac{(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_2)} + m_4 \cdot \frac{(h_4 - h_2)}{(h_1 - h_2)} - m_5 \cdot \frac{(h_2 - h_5)}{(h_1 - h_2)} = 0 \quad (7.5)$$

Ausgedrückt als Funktion der Eingangsgrößen ergibt sich:

$$F(m_1, m_3, m_4, m_5, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5) := m_1 + m_3 \cdot \frac{(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_2)} + m_4 \cdot \frac{(h_4 - h_2)}{(h_1 - h_2)} - m_5 \cdot \frac{(h_2 - h_5)}{(h_1 - h_2)} \quad (7.6)$$

Für die Taylorreihen-Entwicklung gemäß (2.15) sind die partiellen Ableitungen der Jacobimatrix zu formulieren:

$$\frac{\partial F}{\partial m_1} = 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial m_3} = \frac{(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_2)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial m_4} = \frac{(h_4 - h_2)}{(h_1 - h_2)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial m_5} = \frac{(h_2 - h_5)}{(h_1 - h_2)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial h_1} = \frac{(m_3 + m_5) \cdot (h_3 - h_2) - m_4 \cdot (h_4 - h_3)}{(h_1 - h_2)^2}$$

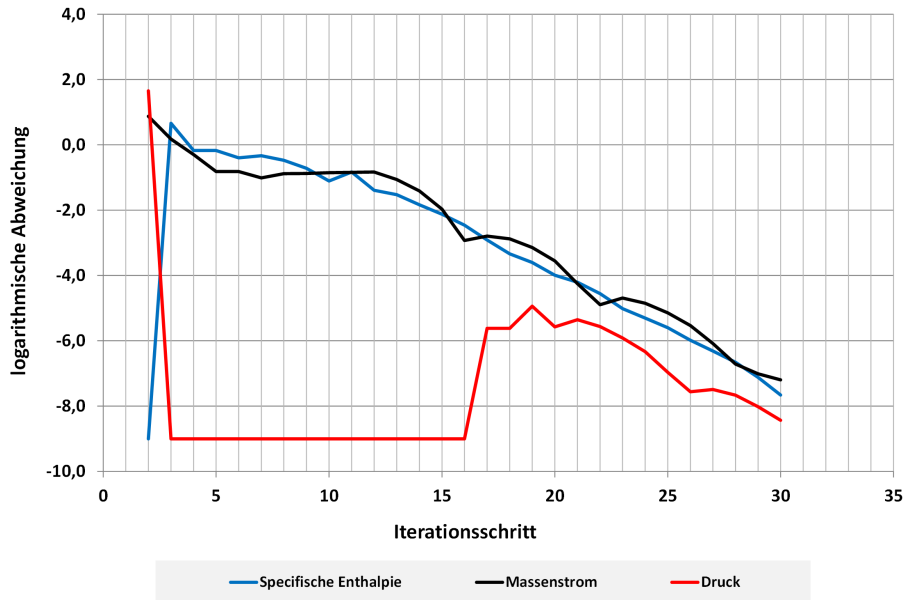
$$\frac{\partial F}{\partial h_2} = \frac{(m_3 + m_5) \cdot [(h_1 - h_2) - (h_3 - h_2)] - m_4 \cdot [(h_4 - h_3) - (h_1 - h_2)]}{(h_1 - h_2)^2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial h_3} = \frac{-(m_3 + m_5)}{(h_1 - h_2)}$$

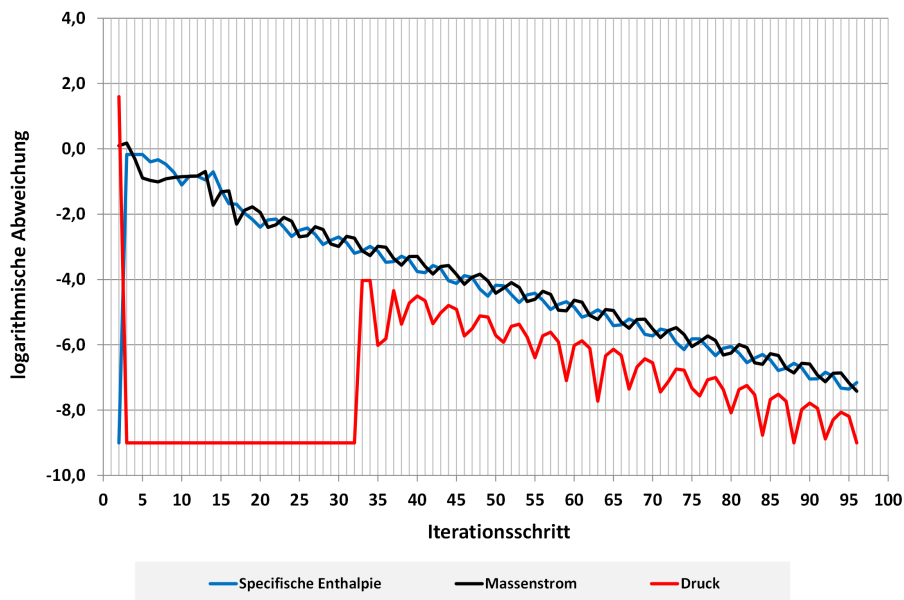
$$\frac{\partial F}{\partial h_4} = \frac{m_4}{(h_1 - h_2)}$$

Für stationäre Berechnungen findet die Ableitung  $\frac{\partial F}{\partial m_4}$  keine Verwendung, da der Massenstrom, der von der Dampftrommel zum Verdampfer gelangt, auch stets ohne Änderung seines Betrages hierhin zurückgeführt wird. Beim Einsatz dynamischer Komponenten, respektive eines transienten Wärmetauschers zur Simulation des Phasenüberganges kann es

zu Massenein- und ausspeicherungen kommen, womit die eingangs formulierte partielle Ableitung nicht mehr zu vernachlässigen ist. Das ist in weiterer Konsequenz gleichbedeutend damit, dass die Koppelung  $m_4 = m_3$  ebenfalls nicht mehr gegeben ist. Entsprechende Modelle benötigen daher diese zusätzliche Ableitung. Aber auch bei stationären Fällen kann auf diese Weise die Zahl der erforderlichen Iterationen deutlich gesenkt werden, wie der Vergleich der Konvergenzdiagramme in Abbildung 7.13 und 7.14 zeigt:



**Abbildung 7.13.:** Konvergenzverlauf Dampftrommel mit partieller Ableitung nach  $m_4$



**Abbildung 7.14.:** Konvergenzverlauf Dampftrommel ohne die partielle Ableitung nach  $m_4$

Simuliert wurde jeweils ein Komponentenbeispiel (Aufbau siehe Abbildung 7.12) mit identischen Einstellungen in Bezug auf die Relaxation und Abbruchkriterien. Deutlich zu sehen ist die Ersparnis an Iterationen im Falle der zugeschalteten partiellen Ableitung nach  $m_4$  während das erste Modell in Abbildung 7.13 bereits mit 30 Rechenschritten zum

Ergebnis kommt, benötigt die Variante 2 mit 96 Schritten mehr als das Dreifache und damit auch eine entsprechend längere Rechenzeit.

Darüber hinaus besteht bei dieser Komponente eine zu berücksichtigende Druckabhängigkeit der Enthalpien  $h_2''$  sowie  $h_3'$ , welche den beiden (Haupt-)Austrittsströmen zugeordnet sind.<sup>4</sup> Die hierzu erforderlichen partiellen Ableitungen  $\frac{\partial h_2''}{\partial p_2}$  und  $\frac{\partial h_3'}{\partial p_3}$  sind numerisch zugänglich mit Hilfe von Differenzenquotienten:

$$\frac{\partial h_2''}{\partial p_2} \approx \frac{h_2''(p_2) - h_2''(p_2 + \Delta p)}{\Delta p}$$

und analog für  $h_3'$

$$\frac{\partial h_3'}{\partial p_3} \approx \frac{h_3'(p_3) - h_3'(p_3 + \Delta p)}{\Delta p} \quad (7.7)$$

Diese einfach zu berechnenden Terme garantieren hier ebenfalls ein möglichst schnelles Konvergenzverhalten. Aus diesen Überlegungen heraus zeigt sich die Notwendigkeit, beim transienten Wärmetauscher zusätzliche partielle Ableitungen einzuführen. Die bis dato analog zum stationären Modell mit seinen Bestimmungs-Gleichungen:

$$m_1 \cdot h_1 - m_2 \cdot h_2 - kA\Delta_{lm}T = 0 \quad (7.8)$$

$$m_3 \cdot h_3 - m_4 \cdot h_4 - kA\Delta_{lm}T = 0 \quad (7.9)$$

verwendeten folgenden Terme:

$$\frac{\partial F}{\partial h_1} = 1$$

$$\frac{\partial F}{\partial m_3} = \frac{(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_2)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial m_4} = \frac{(h_4 - h_2)}{(h_1 - h_2)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial m_5} = \frac{(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_2)}$$

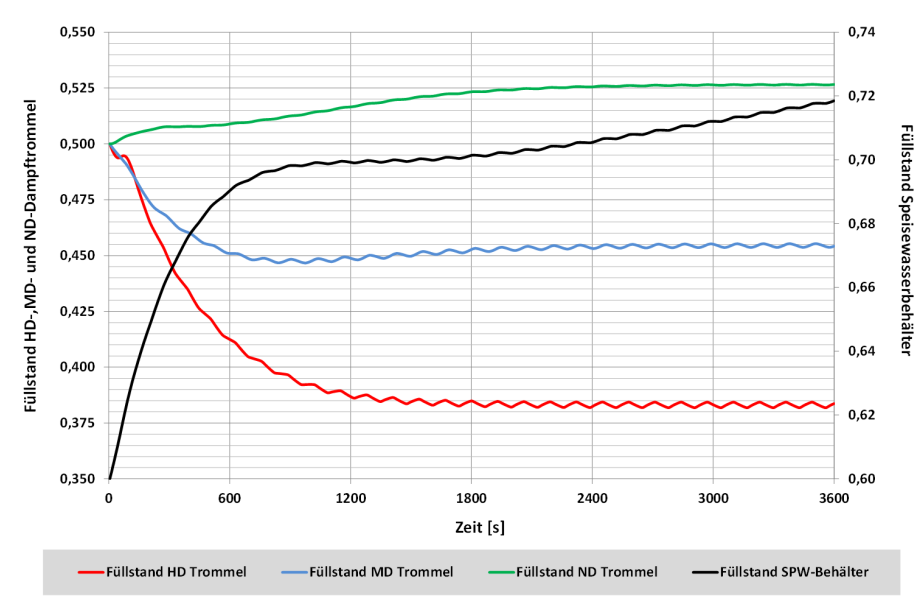
$$\frac{\partial F}{\partial h_1} = \frac{(m_3 + m_5) \cdot (h_3 - h_2) - m_4 \cdot (h_4 - h_3)}{(h_1 - h_2)^2}$$

sind daher zu erweitern. Ausgehend von den Überlegungen zur Modellierung der Dampftrommel ist zu untersuchen, welche Verbesserungen mit der Einführung der partiellen Ableitungen für die übertragenen Wärmeströme nach den jeweiligen Änderungen der Massenströme ( $\frac{\partial \dot{Q}}{\partial \dot{m}}$ ) zu erzielen sind. Da diese ebenfalls nur numerisch berechnet werden können, sind Modifikationen an den transienten Algorithmen erforderlich, da diese mit den geänderten Bedingungen wiederholt aufzurufen sind (Weitere Anmerkungen hierzu finden sich im Kapitel 9). Da EBSILON nach (2.18) grundsätzlich für alle Simulationsmodi die Möglichkeit bietet, mit Hilfe dieses Relaxationsfaktors ein verbessertes Konvergenzverhalten herbeizuführen, kann diese Methode ebenfalls erfolgreich für die Berechnungen mit dem Demonstrationsbeispiel 3 angewendet werden. Die Simulationen der Zeitschritte konvergieren, weisen aber in Puncto erforderliche Anzahl an Iterationsschritten und damit auch in Bezug auf die Rechenzeit noch Verbesserungspotential auf.

<sup>4</sup> Die Enthalpie  $h_5$  des Abschlammstromes wird diesbezüglich mit dem Sattwasseraustritt (Index 3) gleichgesetzt.

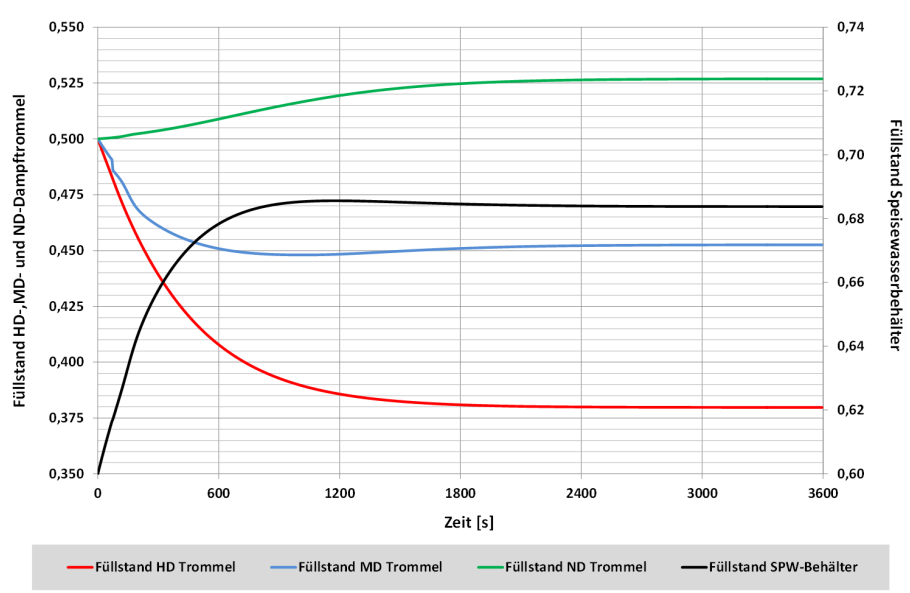
### 7.3.2 Abgleich Demonstrationsbeispiel 3 stationäre und dynamische Simulation

Um das dynamische und stationäre Modell aufeinander abgleichen zu können, werden eingangs die Nennlastfälle verglichen, indem eine Zeitreihe nur mit Vorgabe der Nennlast ohne Lastwechsel und sonstige Einflüsse auf das transiente Verhalten durchgerechnet wird, bis keinerlei Änderungen in den Prozessgrößen mehr zu beobachten sind. Einerseits kann auf diese Weise die Qualität der Initialisierung überprüft werden, andererseits lassen sich die Zeitkonstanten für etwaige Einschwingvorgänge ermitteln sowie verbesserte Initialwerte für die PID-Regler und Massenspeicher finden. Die Überprüfung der Massenbilanz gibt darüber hinaus Aufschluss bezüglich der zu erwartenden Füllstandsänderungen in den Dampftrommeln und im Speisewasserbehälter. Für das gesamte Modell werden die Terme der Massenspeicherung aller transienten Wärmetauscher gegenübergestellt und auf Erreichen eines Beharrungszustandes hin kontrolliert. Dieser Zustand zeichnet sich dadurch aus, dass im Vergleich mit dem vorangegangenen Zeitschritt keine Änderungen mehr auftreten. Einen weiteren zu prüfenden Teil der Bilanz stellen die Massenspeicher der Dampftrommeln dar. Sobald keine Änderungen bei den in den Wärmetauschern gespeicherten Dampf- und Wassermassen mehr stattfinden und der Sollwert der Füllstandsregelungen erreicht ist, muss sich der Speisewasserbehälter auch massenkonstant verhalten. In Abbildung 7.15 sind die Ergebnisse für die beschriebene Initialisierung dargestellt:



**Abbildung 7.15.:** Verlauf der Füllstände bei der Langzeit-Initialisierung des GuD-Modells, die Fluidmasse ist Teil des Speichers bei allen dynamischen Wärmetauschern und kann ein- und ausgespeichert werden

Die drei Dampftrommeln werden zu Beginn der Zeitreihe jeweils halb voll, d.h. mit einem Füllstand von 0.5 versehen und im weiteren Verlauf der Berechnungen mit Hilfe eines PID-Reglers auf ein konstantes Level eingestellt. Zwischen 600s und 800s nach dem Start der Simulation treten an allen Massespeichern der Trommeln Oszillationen auf, die sich konstant fortsetzen und nach ca. 3000s um einen festen Mittelwert pendeln. Lediglich der Speisewasserbehälter erfährt weiterhin eine Beladung, die sich mit konstantem Anstieg auch über den hier dargestellten Zeitraum von 1h hinweg fortsetzt. Unterdrückt man in den Verdampfern die Massenspeicherung, so ergibt sich bei äquivalenter Ausführung der Bilanzierungen folgende Abbildung 7.16:



**Abbildung 7.16.:** Verlauf der Füllstände bei der Langzeit-Initialisierung des GuD-Modells, die Fluidmasse ist Teil des Speichers bei allen dynamischen Wärmetauschern und kann ein und ausgespeichert werden außer bei den Verdampfern

Hier zeigt sich deutlich am gänzlichen Verschwinden der Oszillationen, dass die transienten Wärmetauscher, in welchen ein Phasenwechsel stattfindet, für den Bilanzfehler verantwortlich sind. In Verbindung mit der eingangs geschilderten Problematik der partiellen Ableitungen muss hier von einem systematischen Fehler in der Formulierung der Numerik ausgegangen werden. Physikalische Effekte sind zwar nach Schiemann[114] denkbar, finden aber weder in Bezug auf die Frequenzen der auftretenden Oszillationen noch in der Modellierung an sich eine Rechtfertigung. Für die Abbildung derartiger Effekte muss eine Abhängigkeit des Wärmedurchgangskoeffizienten vom Siedezustand, bzw. Dampfgehalt des strömenden Fluides implementiert sein. Das Gleiche gilt auch für den Druckverlust. Derlei Zusammenhänge sind bislang noch nicht für die transienten Wärmetauscher formuliert.

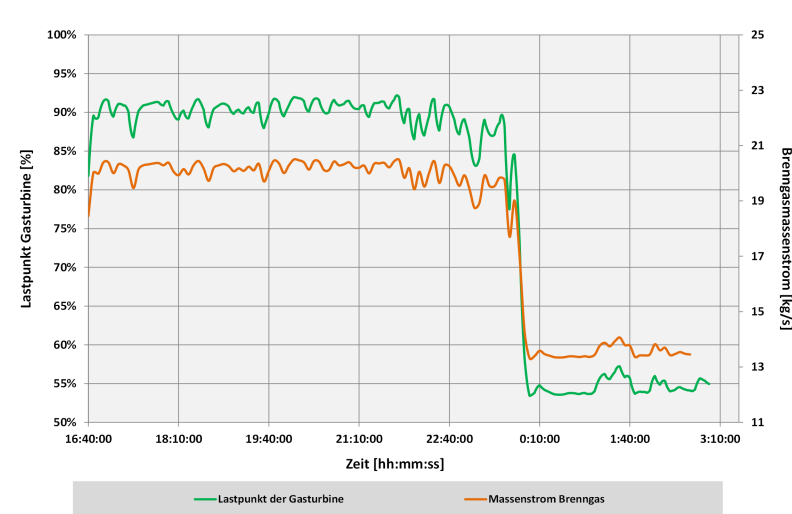
Eine mögliche Ursache für diese Problematik ist in der Betriebsweise des Abhitzekessels im Gleitdruck zu sehen. Im Gegensatz zum Festdruckbetrieb, erfährt hier der Kessel Änderungen des Betriebsdruckes durch die Turbinen, wodurch wiederum eine starke Koppelung zu den resultierenden Massenströmen entsteht. Speziell die Verdampfer bewirken eine starke Rückkoppelung im Modell. Einerseits durch ihren Arbeitspunkt, der über die Dampfdruckkurve des Wassers stark an den Druck gebunden ist, andererseits verursachen Druckschwankungen durch das Ein- und Ausspeichern von Dampf-/Wassermassen zusätzliche Änderungen im Massenstrom.

### 7.3.3 Simulation eines Lastwechsels mit Realdaten

Da das vorliegende Modell mit Hilfe eines stationären PGÜ-Modells erstellt wurde, kann hier aufgrund der hervorragenden Datenlage zur Simulation eines Lastwechsels auf die realen Prozessdaten zurückgegriffen werden. Ein mit der Leittechnik der Anlage verbundener Server stellt den erforderlichen Input zur Verfügung. Für diese Modelle zur Überwachung des Prozesses werden die Daten standardmäßig in fünfminütigen Zeitintervallen abgelegt. Für eine eingehende Analyse der transienten Komponenten und um bereits im Vorfeld Konvergenzprobleme vermeiden zu können, werden mit Hilfe quadratischer Interpolation die erforderlichen Zwischenwerte für das Aufsetzen der EBSILON-Zeitreihe generiert. Für das in Abschnitt 6.4 beschriebene Modell werden folgende Simulationen mit verschiedenen Randbedingungen aufgesetzt<sup>5</sup>

Modellkürzel	Modellaufbau/Erläuterungen	Simulierte Zeitschrittweiten $\Delta t$ [s]
CN	Alle transienten Wärmetauscher werden mit Hilfe des Crank-Nicolson-Verfahrens berechnet. Das Ein- und Ausspeichern von Dampf und Wasser ist aktiviert und somit sind auch die Fluidmassen jeweils Teil des Speichers. Die interne Zeitschrittweite wird auf 5s gesetzt. Alle Behälter werden mit einem anfänglichen Füllstand von 50 % initialisiert	5, 20
red_mod	Alle transienten Wärmetauscher werden mit Hilfe des in der örtlichen Diskretisierung reduzierten Verfahrens berechnet. Die sonstigen Randbedingungen sind identisch mit denjenigen für die Crank-Nicolson-Modelle	5, 10, 20, 60

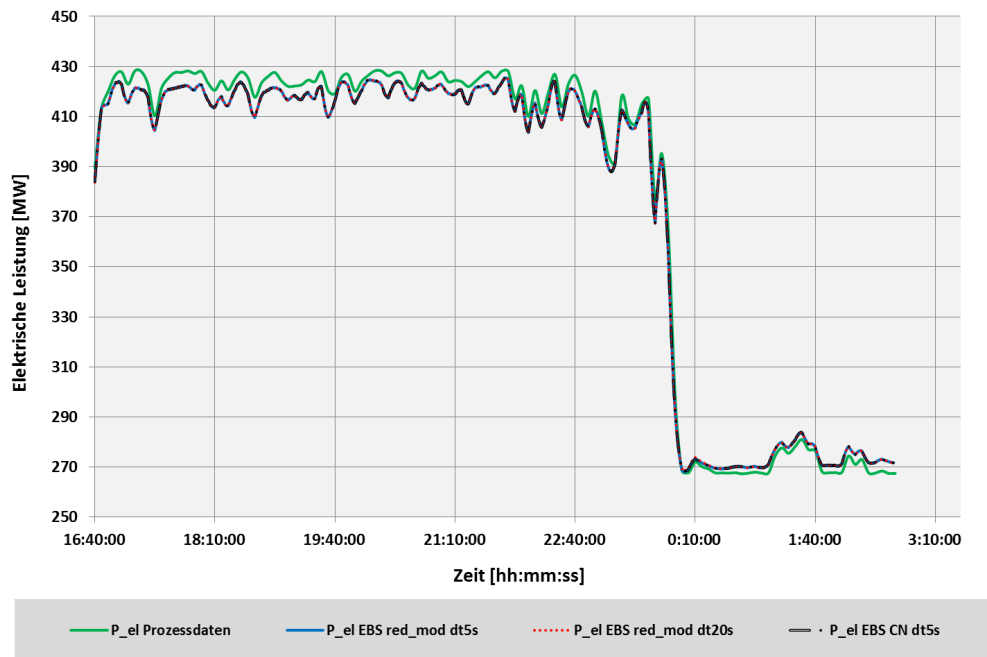
Für die Darstellung des Lastwechsels wird auf den Brenngasmassenstrom für die Gasturbine zurückgegriffen, welcher den einzigen erforderlichen Eingabeparameter darstellt. Die nachfolgende Abbildung 7.17 zeigt dessen Verlauf im realen Betrieb der Anlage in Verbindung mit den sich einstellenden Lastpunkten der Gasturbine:



**Abbildung 7.17.:** Verlauf des Gasturbinenlastpunktes und des Brenngasmassenstromes

Während der ersten 6h bewegt sich die Gasturbine um einen Lastpunkt im Mittel von 90.3%, was im Durchschnitt einem Brenngasmassenstrom von  $20.2 \text{ kg/s}$  entspricht. Ab 0 : 00h beginnt die Absenkung in die Teillast, auf gemittelte 56.6%, wofür  $13.5 \text{ kg/s}$  Gas benötigt werden. Dieser Lastwechsel wird mit einem Leistungsgradienten von  $5.8 \text{ MW/min}$  vollzogen, wobei die Gasturbinenleistung von  $234.2 \text{ MW}$  auf  $146.7 \text{ MW}$  sinkt. Die korrespondierenden elektrischen Leistungen des kompletten GuD-Blocks finden sich in Abbildung 7.18:

<sup>5</sup> Die Modellkürzel und Bezeichnungen der Zeitschrittweiten werden mit gleicher Bedeutung in den nachfolgenden Diagramm-Legenden benutzt



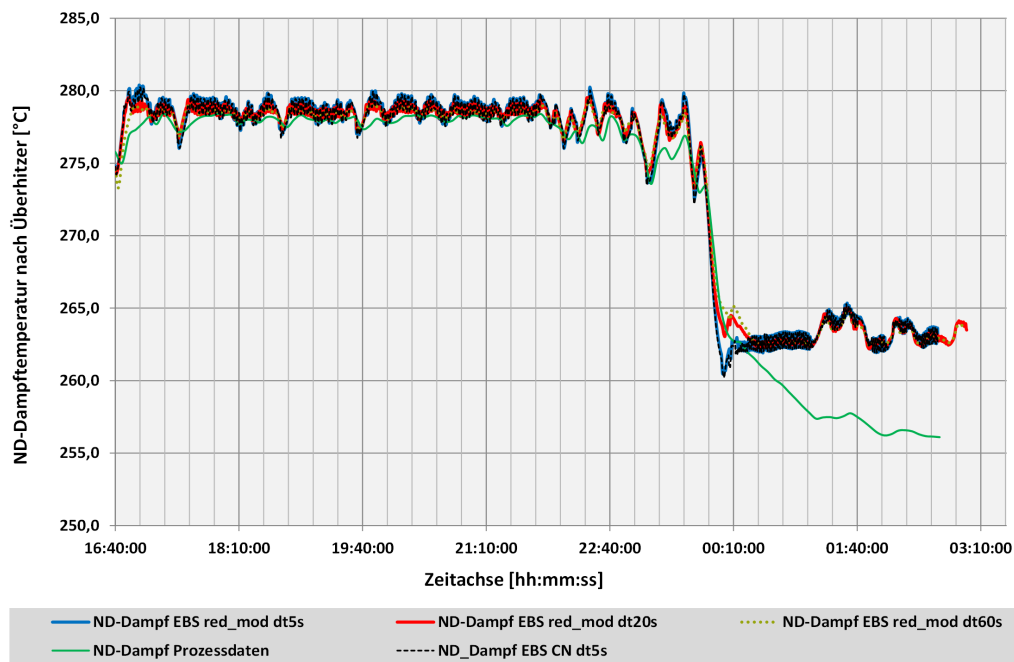
**Abbildung 7.18.:** Simulierter Verlauf der elektrischen Leistung

Der Legende liegt dabei folgende Schematik zugrunde

P_el_Prozessdaten	Elektrische Generatorleistung von der Anlage
P_el_EBS red_mod dt5s	EBSILON Simulationsmodell, alle transienten Wärmetauscher mit dem in der örtlichen Diskretisierung reduzierten Modell berechnet und 5s Zeitschrittweite
P_el_EBS red_mod dt20s	EBSILON Simulationsmodell, alle transienten Wärmetauscher mit dem in der örtlichen Diskretisierung reduzierten Modell berechnet und 20s Zeitschrittweite
P_el_EBS CN dt5s	EBSILON Simulationsmodell, alle transienten Wärmetauscher mit dem Crank-Nicolson-Verfahren berechnet und 5s Zeitschrittweite

Die Entwicklung der Generatorleistung folgt recht präzise der vorgegebenen Lastkurve, womit im Sinne einer Modell-Validierung schon einmal sichergestellt ist, dass die Komponenten eine derartige Vorgabe der Last korrekt abbilden können. Das spiegelt sich im Vergleich mit den real gemessenen Prozessdaten wieder. Alle Simulationen haben den Brenngasmassenstrom als Vorgabe, auf welche die Generatorleistung als Berechnungsergebnis folgt. Die Einzelergebnisse sind im Vergleich mit den Messwerten praktisch deckungsgleich, was einerseits auf die Konsistenz der Algorithmen schließen lässt, andererseits zeigt sich in der sehr guten Annäherung an die Realdaten die grundsätzliche Eignung dieser Modellierungsansätze. Leider sind seitens des Betreibers keine Daten bezüglich der Leit- und Regelungstechnik verfügbar, so dass auf das Zuschalten der Einspritzkühlungen verzichtet werden muss. Darüber hinaus gestaltet sich die Abbildung des Teillastverhaltens bei den transienten Wärmetauschern als recht schwierig, weil sich der standardmäßig hinterlegte Ansatz  $\alpha = \alpha_0 \left( \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0} \right)^n$  für die Berechnung der fluidseitigen Wärmeübergangskoeffizienten als zu ungenau erweist, an dieser Stelle wird für den Betrieb mit höheren Lasten ein geringfügiger Offset in Kauf genommen. Eine Anpassung mit Hilfe von Interpolationspolynomen hinterlegt in Kernel-Scriptings<sup>6</sup> zieht mit einem Zeitbedarf von mehr als 30s für die sonst im 500ms Bereich angesiedelte Dauer der Simulation des einzelnen Zeitschrittes extrem lange Rechenzeiten nach sich. Die nicht bekannten, ausgeglichenen Prozessgrößen erlauben nur bedingt einen Vergleich von Simulation und Prozess. Deshalb soll anhand der nach dem letzten Überhitzer gemessenen ND-Dampftemperatur eine Analyse der Modelle stattfinden. Der Verlauf dieser Temperatur findet sich in nachfolgender Abbildung 7.19:

<sup>6</sup> EBSILON interne Möglichkeit zur Auswertung mathematischer Ausdrücke während der Iterationen



**Abbildung 7.19.:** Übersicht Temperaturen des Niederdruckdampfes nach Überhitzer

Wie sich aus dem Aufbau des Modells (siehe Abbildung 6.4) entnehmen lässt, gibt es in diesem Dampfstrang keinerlei Einspritzungen, womit der direkte Vergleich zwischen den in den Simulationen ermittelten Temperaturen und den gemessenen möglich wird. Es zeigt sich hier ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung der einzelnen Modellvarianten mit den Prozessdaten. Lediglich die reduzierten Modelle weisen mit zunehmender Zeitschrittweite Abweichungen von den beiden Simulationen mit jeweils einem Zeitintervall von  $dt = 5s$  auf, wie das Diagramm im Endbereich des Lastwechsels um ca. 0:10h deutlich macht. Im Zeitbereich von 0:00h – 0:30h ergeben sich für die Rechnungen mit einem  $dt = 20s$  eine durchschnittliche Abweichung der Temperaturen von 0.46% und bei  $dt = 60s$  ein Wert von 0.664% bezogen jeweils auf die Ergebnisse der Simulation mit  $dt = 5s$ . Darüber hinaus zeigt sich bei allen Rechnungen ein leichtes Rauschen der Werte, was mit den eingangs geschilderten Oszillationen zusammenhängt. Eine signifikante Abweichung aller Modelle von den Realdaten ist in der Zeit nach 0:10h zu sehen. Die Ursache hierfür ist in der Entwicklung der fluidseitigen, respektive der dampfseitigen Wärmeübergangskoeffizienten begründet. Eine Anpassung mit Hilfe von Kennlinien, wie sie auch beim stationären Modell vorgenommen wird, wäre hier von großem Vorteil. Sie ist zum derzeitigen Stand der Entwicklung bei den transienten Wärmetauschern noch nicht implementiert. Zusammen mit den Massenströmen des ND-Dampfes kann direkt auf die vorhandene Dampfleistung geschlossen werden. In der Übersicht zeigen sich folgende Verläufe für diesen Prozessparameter:



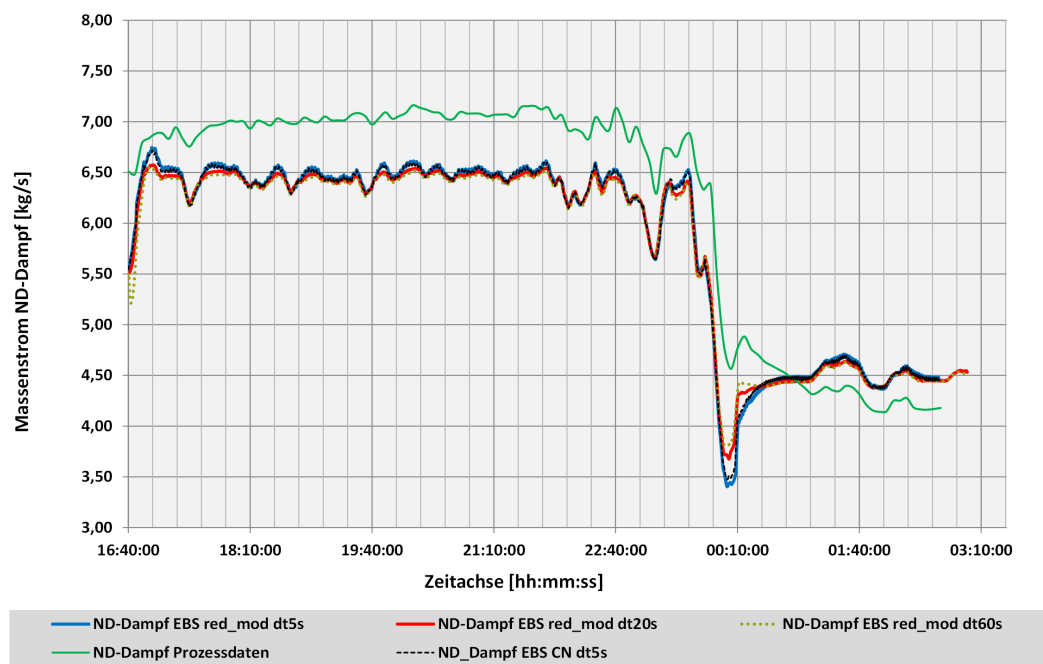


Abbildung 7.20.: Übersicht Verlauf Massenströme des Niederdruckdampfes nach Überhitzer

Zur besseren Beurteilung der Situation wird eine Dreiteilung der betrachteten Zeiträume vorgenommen. Auf die Hochlastperiode von 6h, beginnend um 16:40h bis 22:40h folgt die Betrachtung des eigentlichen Lastwechsels von 0:00h bis 0:32h, um von einer Phase niedriger Lastpunkte bis zum Ende der Analyse um 2:30h abgeschlossen zu werden. Die Ergebnisse finden sich in dem nachfolgenden Diagramm in Abbildung 7.21:

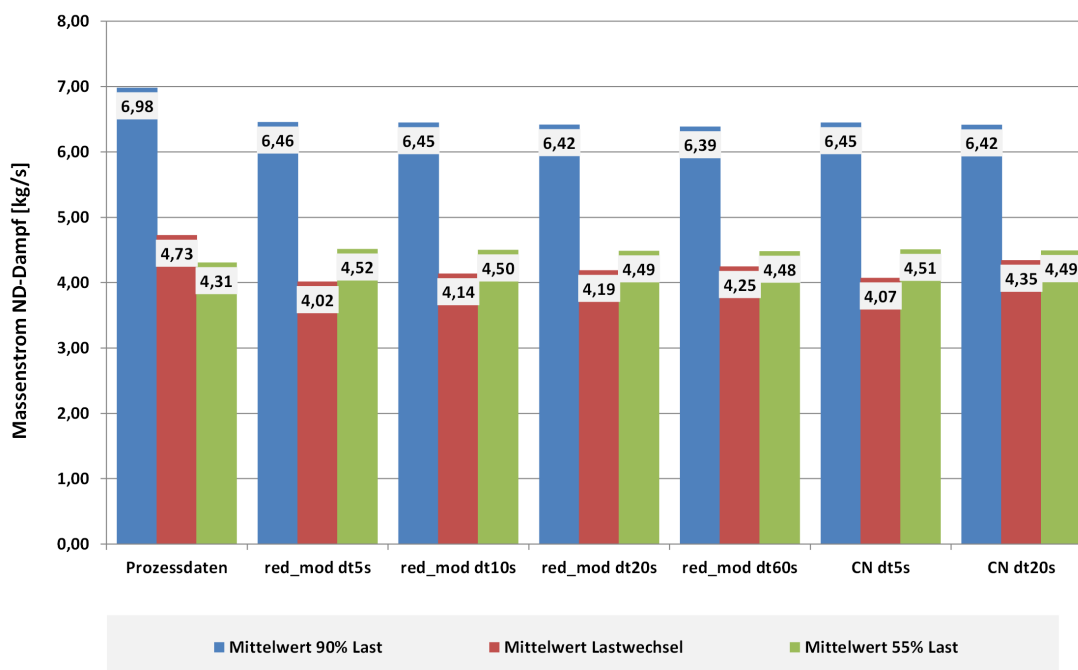


Abbildung 7.21.: Übersicht Mittelwerte Massenströme des Niederdruckdampfes nach Überhitzer

Im Bereich der hohen Lasten betragen die Differenzen zu den Prozessdaten im Mittel  $0.55\text{kg/s}$ , womit eine durchschnittliche Abweichung von 7.5% bezogen auf den gemessenen Prozesswert vorliegt. Während des Lastwechsels ergeben sich insgesamt die größten Fehler mit einem Mittelwert von 11.8%. Daran lässt sich einerseits erkennen, dass das Modell unter Umständen noch nicht genau genug parametrisiert ist, zumal sich in dieser Periode auch mögliche Fehler bei der Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten am deutlichsten auswirken. Möglicherweise sind nicht alle thermischen Massen korrekt erfasst und zudem liefert die bei den transienten Wärmetauschern bis dato nicht mögliche Kreuzstromführung eine potenzielle Fehlerquelle infolge abweichender Temperaturprofile entlang der Rohre der Wärmeübertrager. Ein weiterer Grund für die Entwicklung dieser Abweichungen besteht darin, dass sich in den ND-Dampf Parametern die übrigen Modellfehler aufsummieren. Diese liegen im Bereich der Niedriglast in ihrem Mittelwert von  $4.5\text{kg/s}$  mit  $-0.19\text{kg/s}$  bei kleinerer Streuung deutlich näher am Prozesswert ( $4.31\text{kg/s}$ ). Das entspricht einem prozentualen Wert von -4.42%. Ein interessantes Detail zeigt sich noch in der sehr guten Übereinstimmung der reduzierten Modelle mit den Crank-Nicolson-Varianten im Hoch- und Niedriglastbereich. Da die Ergebnisse der beiden Algorithmen sehr ähnlich sind, kann folglich davon ausgegangen werden, dass sich die Abweichungen aus einer unzulänglichen Parametrierung der Komponenten ergeben. Beim Lastwechsel weichen die Simulationen mit  $dt = 20\text{s}$  etwas stärker voneinander ab, da bei der Crank-Nicolson-Methode ein interner Zeitschritt von 5s gesetzt ist. Einen weiteren Aspekt der Modellanalyse stellt die Korrelation der benötigten Rechenzeiten und Iterationsschritte dar, wie in Tabelle 7.7 zusammengefasst:

**Tabelle 7.7.: Zusammenfassung Performanz Analysen für verschiedene Zeitschrittweiten**

Modell	red_mod		
Zeitschrittweite [s]	5	10	20
Durchschnittliche Zahl Iterationsschritte pro Zeitschritt	317	325	434
Standardabweichung Iterationsschritte pro Zeitschritt	94	131	248
Durchschnittliche Rechenzeit pro Zeitschritt [ms]	524	578	793
Rechenzeit gesamt [h]	1.05	0.60	0.41
Normierte Rechenzeit gesamt	1.0	0.57	0.39
Echtzeitfaktor	9.5	17.3	25.2
Anzahl Zeitschritte in der Zeitreihe	7188	3594	1797
Nicht auskonvergiert	11	10	34

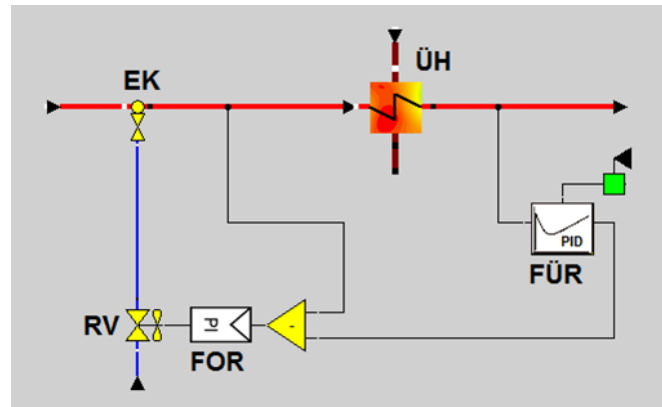
Die beiden wichtigsten Aussagen finden sich in der Zahl der benötigten Iterationen. Diese sind gemessen an sonstigen EBSILON-Modellen mit entsprechendem Bauteil und Leitungsumfang insgesamt zu groß, was sich in der erforderlichlich hohen Relaxation begründet, wie in Abschnitt 7.3 ff. ausgeführt. Es lassen sich dennoch Rückschlüsse auf die Qualität der Simulation ziehen, wie der Blick auf die Entwicklung über die Zeitschrittweite zeigt. Zwischen der Simulation mit  $dt = 5\text{s}$  und  $10\text{s}$  zeigt sich noch keine signifikante Erhöhung der Anzahl der Iterationsschritte. Bei größeren Zeitintervallen wachsen diese jedoch stark an. In Verbindung mit der höheren Standardabweichung zeigt sich, dass die Berechnung zunehmend instabiler wird, was zusätzlich von der ansteigenden Zahl nicht auskonvergierter Berechnungen der einzelnen Zeitschritte gestützt wird. Das bedeutet in diesem Fall nicht das Auftreten eines Fehlers, welcher das Simulationsergebnis unbrauchbar macht, vielmehr wird die geforderte Genauigkeit nicht erreicht, weil beispielsweise in ähnlicher Weise Oszillationen auftreten, wie in Abbildung 7.11 dargestellt. Der Prozentsatz nicht konvergierter Berechnungsschritte entwickelt sich von 0.15% auf 24.4% bei  $dt = 60\text{s}$  (nicht mehr in der Tabelle aufgeführt). Die Aussagen bezüglich der benötigten Rechenzeit sind stark abhängig vom eingesetzten Computersystem<sup>7</sup> und können daher nur relativ zueinander in Betracht gezogen werden. Daher findet sich in Tabelle 7.7 noch eine Zeile mit normierten Rechenzeiten. Die Simulation mit  $dt = 5\text{s}$  bildet dabei den Bezug.

## 7.4 Einsatz der neuen Komponenten in der Regelungstechnik

Am Demonstrationsbeispiel des Steinkohleblocks konnte gezeigt werden, dass die neu entwickelten Komponenten für die Übertragungsfunktionen neben dem PID-Regler auch in der Simulation der Leit- und Regelungstechnik einsetzbar sind.

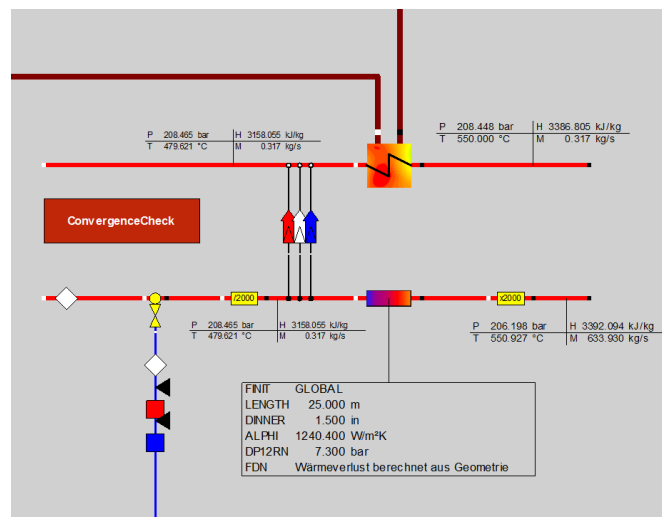
<sup>7</sup> Alle hier aufgeführten Simulationen werden auf demselben Computer durchgeführt, welcher auch in Abschnitt 7.1 verwendet wird.

Aus diesem Ansatz heraus ist ein weiteres Simulations-Modell entstanden, welches ein zusätzliches Anwendungsfeld erschließt, wie die neu entwickelten Komponenten zur Optimierung von Regelungsstrategien in der Leittechnik eingesetzt werden können. Eine Möglichkeit hierzu bietet der Einsatz von sogenannten Beobachterkonzepten. Dazu wird der realen Regelstrecke eine Modellstrecke parallel geschaltet und deren Antwort für die Regelung genutzt. Das Modell der Regelstrecke dient hier zur Vorhersage des eigentlichen Streckenverhaltens und weist dadurch im Vergleich zu einer rein signal-basierten Regelung, die keinen physikalischen Hintergrund besitzt, deutliche Vorteile auf. Das wird hier demonstriert am Beispiel einer Regelung für den Einspritzkühler einer Überhitzerstrecke. Nachfolgende Abbildungen zeigen die Simulationsmodelle für diesen Aufbau:



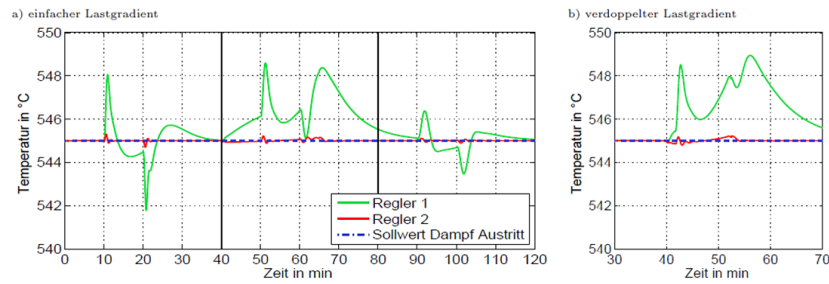
**Abbildung 7.22.:** Schema der Kaskadenregelung für den Einspritzkühler

Die Überhitzerstrecke ist hier mit einem transienten Wärmetauscher dargestellt, links davon befindet sich der Einspritzkühler, welcher über ein Ventil mit zwei PID-Reglern gesteuert wird. Ein direkter Regler (Folgeregler) übernimmt aus dem Soll-Ist-Vergleich der Dampftemperatur die Steuerung der Ventilöffnung, während der Führungsregler die Sollwertvorgabe der Dampftemperatur mit der Austrittstemperatur des Dampfes am Ende des Überhitzers vergleicht. Das Beobachtermodell zeigt folgenden Aufbau:



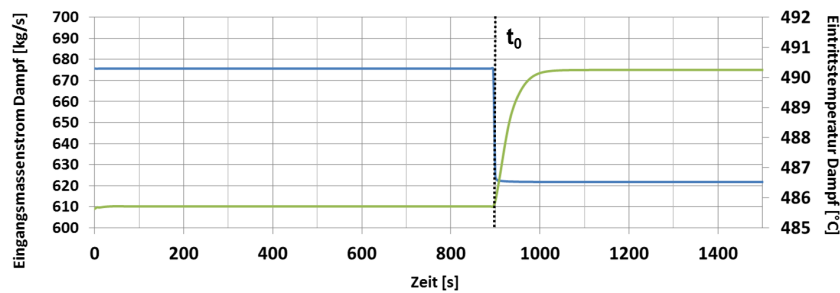
**Abbildung 7.23.:** Schema der Regelung mit Beobachter für den Einspritzkühler

Das Bauteil der dynamischen Rohrleitung wird hier als Beobachter eingesetzt. Mit einem internen Programmskripting erfolgt die prädiktive Berechnung der Streckenantwort, welche dann indirekt, dargestellt mit sogenannten Signalübertragen (drei Pfeile, rot, weiß und blau, die die beiden Dampfleitungen verbinden) auf die eigentliche Überhitzerstrecke zurückgeführt wird. Eine deutliche Verbesserung der Regelgüte bei beobachtergestützten Regelungen findet sich beispielsweise in neueren Arbeiten[84]:



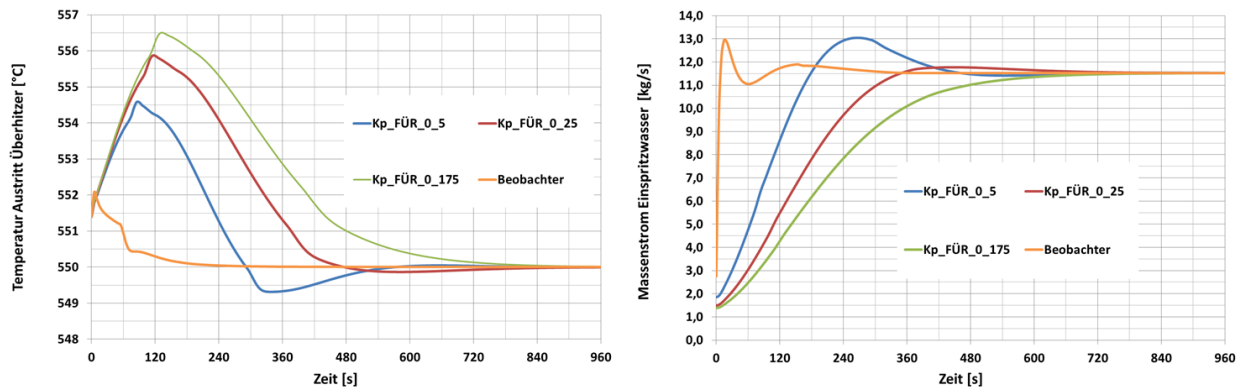
**Abbildung 7.24.:** Verbesserung der Regelgüte durch Beobachterkonzepte

Arbeiten des Autors können das durch ähnliche Ergebnisse ebenfalls untermauern[71]. Die nachfolgenden Abbildungen zeigen das Regelverhalten einer klassischen Kaskadenregelung im Vergleich mit einem Beobachterkonzept:



**Abbildung 7.25.:** Eingangsgrößen Regelstrecke

Nachfolgende Abbildung zeigt die Sprungantworten der Regelstrecken.



**Abbildung 7.26.:** Vergleich Kaskadenregelung und Beobachterkonzept

Wie in der Arbeit von Meinke zeigt sich hier ein deutlich besseres Regelverhalten sowohl was die Zeitkonstanten anbelangt, als auch in Hinblick auf das Überschwingverhalten. Neben den bereits vorgestellten Ergebnissen der Demonstrationsbeispiele zeigt sich hier zusätzlich, dass die dynamischen Komponenten auch für Parameterstudien in der Regelungstechnik gewinnbringend eingesetzt werden können.



---

## 8 Zusammenfassung

---

In Hinblick auf die Zielsetzung, einen Newton-basierten Gleichungslöser zur Berechnung transienter Simulationsmodelle zu erweitern, kann an dieser Stelle folgendes zusammengefasst werden.

- Die Umsetzbarkeit dieses Ansatzes konnte anhand der Erweiterung bereits bestehender Komponenten und mit der Entwicklung neuer Modelle demonstriert werden
- Nach der Implementierung auf der Softwareplattform EBSILON konnten die Modelle und Lösungsalgorithmen der transienten Komponenten erfolgreich verifiziert und validiert werden
- Anhand von drei Demonstrationsbeispielen konnte gezeigt werden, dass Kraftwerksprozesse valide abgebildet werden können, sofern man sich zunächst auf Lastwechsel beschränkt

Die Weiterentwicklung der Möglichkeiten zur dynamischen Simulation des Newton-basierten Gleichungslösers liefert einerseits eine Reihe neuer transienter Komponenten, andererseits können im Entwicklungsprozess bestehender Modelle Erfolge verzeichnet werden, sowohl in Bezug auf die Konvergenzstabilität als auch was die Rechenzeiten anbelangt. Die Neuentwicklung umfasst folgende Komponenten, die aufgrund der Vorüberlegungen in Kapitel 3.1 als relevant für die dynamische Prozess-Simulation eingestuft werden. Es sind einerseits neue, eigenständige Bauteile programmiert worden, andererseits wurden bestehende Modelle adaptiert und in ihrer Algorithmik erweitert. Im einzelnen:

1. Indirekter Speicher
2. Transienter Wärmetauscher
3. PID-Regler
4. Übertragungsfunktion
5. Dynamische Rohrleitung
6. Schichtenspeicher

Das Erstellen und Implementieren dieser Modelle erforderte verschiedene Arbeitsschritte und Herangehensweisen, welche hier kurz dargelegt werden.

Zu 1.)

Die Dynamik der Komponente indirekter Speicher kann mit der Crank-Nicolson-Methode örtlich in zwei geometrischen Dimensionen und in der Zeit diskretisiert berechnet werden. Das bestehende Bauteil wurde dabei mit einer verbesserten Algorithmik für die Initialisierung ausgestattet und um ein zusätzliches numerisches Berechnungsverfahren mit örtlich reduzierter Diskretisierung ergänzt. Bei beiden Varianten kann je nach Anforderung und Notwendigkeit zusätzlich die Fluidmasse als Teil des thermischen Speichers in der Energiebilanz mit berücksichtigt werden, wobei für diesen Fall die Upwind-Methode zur Berechnung der Advektionsgleichung angewendet wird. Dieses Verfahren (Forward in Time Backward in Space) ist erster Ordnung und damit nicht so genau wie eine FTCS-Methodik (Forward in Time Central in Space), welche zweiter Ordnung ist aufgrund der Zentraldifferenz bei der Betrachtung der örtlichen Elemente. Die in Abschnitt 4.1.3 beschriebene zusätzliche Berücksichtigung des Druckes in der Energiebilanz legt auch den Grundstein für die Modellierung von dynamischen Dampftrommeln und ähnlichen Komponenten, bei denen der Druck eine große Rolle für die anteilmäßige Verteilung verschiedener Phasen spielt.

Zu 2.)

Im Wesentlichen handelt es sich bei dem transienten Wärmetauscher um eine Verdoppelung des Modells für den indirekten Speicher. Die Komponente selbst wurde im Zuge dieser Arbeit neu entwickelt. Die Auswahlmöglichkeit für die numerischen Algorithmen und die Behandlung von thermischen Isolierungen ist ebenfalls identisch. Die Erweiterung besteht nun darin, dass zwei durch eine örtlich diskretisierte Zwischenwand getrennte Fluide koaxial zueinander strömen und das äußere Fluid nochmals über eine diskretisierte Wandung begrenzt ist.

Zu 3.)

Für das neu entwickelte Bauteil PID-Regler wird die Reglergleichung (A.3) numerisch umgesetzt. Verschiedene Anti-Windup Methoden und Limitierungsmöglichkeiten für das Ausgangssignal dienen dazu, diesen Regler möglichst universell einsetzbar zu machen. Aufgrund der Zeitkonstanten im Kraftwerksbereich kommen im Rahmen der in dieser Arbeit

vorgestellten Demonstrationsbeispiele lediglich PI-Regler zum Einsatz.

Zu 4.)

Ebenfalls eine Neuimplementierung stellt das Bauteil zur Realisierung von Übertragungsfunktionen dar. Den numerischen Kern bildet die Umsetzung von (3.44). Die Vorgabe der Zeitkonstante sowie des Exponenten für diese Gleichung ermöglicht neben  $PT_1$ -Verhalten auch lineare Rampenfunktionen. Für den Einsatz in der Leittechnik kann der Funktionswert  $y(t)$  am Ende des Zeitschrittes ausgegeben werden. Bei der Abbildung physikalischer Komponenten wie beispielsweise der Kohlemühlen ist es möglich, das zeitlich gemittelte Ausgangssignal  $\bar{y}(t)$  abzurufen. Die Abbildung von Totzeiten wird durch „Verschieben“ der Eingangssignale auf der Zeitachse umgesetzt. Falls das Zeitintervall der Totzeit kein ganzzahliges Vielfaches der Schrittweite ist, oder bei nicht äquidistanten Zeitschrittweiten wird der Algorithmus benutzt, wie in Abschnitt 4.2.1 beschrieben. Die grundlegende Philosophie dabei ist, das Eingangssignal so der Reglergleichung zuzuführen, wie es zu dem entsprechenden Zeitpunkt anlag; es werden keine Interpolationen vorgenommen.

Zu 5.)

Die dynamische Rohrleitung beinhaltet zwei Modelle für Übertragungsfunktionen, die sich aus der Bauteilphysik sowie den Betriebs- und Stoffdaten ableiten lassen. Ein Ansatz zur Bestimmung der Zeitkonstanten für Massenspeichereffekte in Leitungen, die ein kompressibles Medium führen, lässt sich aus der Impulsbilanz mit Hilfe rein stationärer Größen ableiten. Der andere Ansatz ist die numerische Umsetzung des  $\kappa_D$ -Verfahrens, welches es ermöglicht, das Zeitverhalten von Überhitzerstrecken abzubilden. Eine Anwendungsmöglichkeit stellt sein Einsatz aufgrund der geringen Rechenzeiten für einen prädiktiven Regelalgorithmus dar.

Zu 6.)

Dieses Modell ist eine Variante des indirekten Speichers mit der zusätzlichen Berücksichtigung der axialen Wärmeleitung in Fluiden in der Energiegleichung, wie in Abschnitt 4.1.4 beschrieben. Diese Erweiterung dient in erster Linie dazu, die in Schichtenspeichern auftretende Temperatursprungschicht korrekt zu modellieren. Diese Form der Energiegleichung wird hier in Kombination mit dem örtlich in einer Dimension diskretisierten Ansatz für die Behälterwand verwendet.

Die neu implementierten Algorithmen konnten mit Hilfe von CFD-Simulationen sowie analytischer Nachrechnung verifiziert werden und garantieren eine richtige und entsprechend genaue Lösung der Bestimmungsgleichungen. Darüber hinaus finden sich in verschiedenen Arbeiten und Berichten Validierungen für die neuen Komponenten [28, 46, 47].

Das Erreichen der Zielsetzung der Arbeit wird anhand dreier Demonstrationsbeispiele belegt. Der Newton-basierte Gleichungslöser der Softwareplattform EBSILON konnte mit den vorgestellten Komponenten dahingehend erweitert werden, die Simulation dynamischer Prozessmodelle von kompletten Kraftwerken zu ermöglichen. Das Modell des Steinkohleblocks und auch das des Abhitzekekessels zeigen gute Übereinstimmungen der Berechnungen mit den Realdaten sowohl in Bezug auf das transiente Verhalten der physikalisch modellierten Komponenten als auch bei den Übertragungsfunktionen und Reglern. Wie die Simulationsergebnisse der Demonstrationsbeispiele in Kapitel 7 zeigen, erfährt die Softwareplattform eine deutliche Erweiterung der Möglichkeiten im Bereich dynamischer Simulationen. Einerseits können komplexe Modelle ohne aufwendige und rechenzeitintensive Ersatzschaltungen aufgesetzt werden, andererseits erweitert sich aufgrund der teilweise stark reduzierten Rechenzeiten auch das Anwendungsspektrum von Modellen mit transienten Komponenten.

Bei den Bauteilen, welche auf das physikalisch reduzierte Modell (siehe Abschnitt 3.2.4) zurückgreifen, können Rechenzeitgewinne bis zu einem Faktor von 3.6 gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren erzielt werden. Die angesprochenen Genauigkeitseinbußen bewegen sich in der Regel bei metallischen Werkstoffen mit entsprechend guter Wärmeleitfähigkeit deutlich unter der 0.1% Grenze. In den meisten der betrachteten Fälle zeigt der Algorithmus des physikalisch reduzierten Modells deutliche Vorteile gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren in Bezug auf die Rechenzeit. Dennoch lässt sich diese Aussage nicht grundsätzlich für alle Simulationsmodelle so treffen, wie die Analyse in 7.3 deutlich macht. Die Implementierung zusätzlicher partieller Ableitungen bei dem Modell der stationären Dampftrommel ermöglicht die Berechnung des dynamischen Abhitzekekessels mit drei Druckstufen mit einer Relaxation von  $\omega = 0.03$ .

Diese Arbeit leistet einen Beitrag zur Erweiterung von stationären Simulationsprogrammen zur Abbildung transients Vorgänge in Bereich der Kraftwerkstechnik und verwandter thermodynamischer Kreisprozesse. Die Einbindung der Ergebnisse in die aktuelle Entwicklung der Software und die damit verbundene Nutzung durch den Anwender, bzw. Kunden bietet eine wertvolle Testplattform für die neuen dynamischen Komponenten. Auf diese Weise wird an vielen Stellen der weitere Entwicklungsbedarf und mögliche Unzulänglichkeiten evident, bei denen zügig und effizient Abhilfe geschaffen werden könnte.

---

## 9 Ausblick und weiterer Entwicklungsbedarf

---

Die mit dieser Arbeit geschaffene dynamische Erweiterung eines vielfach bewährten stationären Simulationsprogramms deckt bereits ein breites Spektrum ab an Fragestellungen, die einer transienten Berechnung bedürfen. Im Zuge der Ausarbeitung und Simulationen mit den Demonstrationsmodellen ergeben sich verschiedene Aufgabenstellungen für künftige Erweiterungen und Optimierungen.

Wie sich gezeigt hat, ist es nur mit größerem Aufwand möglich, das dynamische Verhalten von Dampftrommeln mit den vorhandenen Bauteilen abzubilden. Entweder beinhalten die Teilmodelle zu viele Restriktionen und Einbußen in der Genauigkeit, oder sie erfordern infolge ihrer Komplexität einen hohen Rechenaufwand und verursachen Konvergenzprobleme. Hieraus entsteht Entwicklungsbedarf für eine instationäre Dampftrommel in einem eigenen Modell. In diesem Zuge sei auch der Speisewasserbehälter genannt und damit verbunden weitere Komponenten, in welchen transiente Phasenwechsel stattfinden können. Hier sind bislang ebenfalls nur komplexere Strategien unter Verwendung von Ersatzschaltungen anwendbar, die mit entsprechendem Aufwand und Einbußen bei der Rechenzeit verbunden sind. Hier schließt sich auch der Bedarf an, die Ausarbeitung der Dynamik für verschiedene Wärmetauschertypen voranzubringen, wie beispielsweise transiente Kondensatoren.

Bei den Arbeiten mit transienten Wärmetauschern, die zur Modellierung von Verdampfern eingesetzt werden, führte die starke Druckabhängigkeit des Arbeitspunktes an einigen Stellen zu Konvergenzproblemen. Diese traten besonders dann auf, wenn während der Iterationen, bedingt durch andere Bauteile Druckschwankungen unvermeidlich waren, wie beispielsweise im Verbund mit Dampfturbinen, die dem Stodola-Gesetz folgen. An dieser Stelle ist zu prüfen, inwiefern die Einführung zusätzlicher partieller Ableitungen in der Jacobimatrix Abhilfe für diese Probleme schaffen kann.

Die im Zuge der sich verändernden Betriebsbedingungen auftretenden Transienten im Kraftwerksbereich mit deutlich vermehrten Lastwechseln sowie An- und Abfahrvorgängen können bislang noch nicht mit einer Prozessgüteüberwachung, bzw. einer Online-Validierung versehen werden. Für den stationären Betrieb existieren hier bereits kommerziell verfügbare Lösungen. Eine Erweiterung der bestehenden Softwarelösungen zur Erfassung dieser dynamischen Vorgänge verspricht großes Potenzial. Als wissenschaftliche Basis können an dieser Stelle die Dissertation von Hauschke und weiterführende Überlegungen genannt werden[54].

Als eine der größten Herausforderungen hat sich die Parametrierung transienter Bauteile, oder ganzer Baugruppen erwiesen. Da man in den seltensten Fällen über hinreichend präzise geometrische Daten verfügt, um ein Modell vollständig aufsetzen zu können, kann als weiterer Weg die Auswertung von Sprungantworten beschritten werden. Aber auch diese Vorgangsweise gestaltet sich oft sehr schwierig, weil im praktischen Anlagenbetrieb so gut wie nie alleine die Übertragungsfunktion eines Bauteils oder einer Anordnung von Komponenten zu sehen ist. Vielmehr greifen Regler ein und erschweren somit ebenfalls die Bauteilidentifikation. Eventuell können Ansätze gemacht werden, um aus dem Verhalten geschlossener Regelkreise bei bekanntem Reglerverhalten auf die Übertragungsfunktion der Strecke schließen zu können. Diese Problemstellung ist zwar nicht unmittelbar eine Fragestellung an die transiente Algorithmik, kann aber gegebenenfalls durch weitere Reduktion der Rechenzeit einen Beitrag zur Aufklärung der erforderlichen Parameter leisten.





## A Dokumentation transiente Bauteile

Das folgende Kapitel gibt Aufschluss über die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Bauteile und Algorithmen sowie deren konkreter Implementierung und Ausführung im Rahmen der Softwareplattform EBSILON. In erster Linie gilt es zu beschreiben, wie die praktische Umsetzung der in Kapitel 4 dargestellten Methoden und Verfahren ausgeführt ist.

### A.1 Setup zur Berechnung der Dynamik und Zeitreihendialog

Um den Newton-basierten Gleichungslöser für transiente Probleme nutzen zu können, wird eine zusätzliche Infrastruktur benötigt. Bei der Softwareplattform EBSILON wird diese über extern vorgegebene Zeitschritte realisiert. Das hat zum einen den Vorteil, dass sich eine dynamische Simulation aus einer Reihe von Einzelberechnungen zusammensetzt, womit sich die Ergebnisse sehr übersichtlich darstellen lassen. Zum anderen können auf diese Weise transiente und stationäre Komponenten in einem Modell im Verbund genutzt werden. Darüber hinaus sind die transienten Bauteile so gestaltet, dass sie auch im Stationären genutzt werden können und verhalten sich dann wie die entsprechenden Pendanten (z.B. Wärmetauscher, Rohrleitung mit Druckverlust oder einfacher Trenner). Eine dynamische Simulation dagegen benötigt eine umfangreichere Steuerung und Verarbeitung der Variablen, die in diesem Abschnitt kurz erläutert werden sollen. Wie in Kapitel 6.1 vorgestellt, bedarf die dynamische EBSILON-Simulation einer Zeitreihe, innerhalb derer die einzelnen Zeitschritte abgearbeitet werden. Nachfolgende Abbildung A.1 zeigt ein Beispiel einer derartigen Zeitreihe: Genau

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1			result	spec	spec	result	result	result	result	result	result	result	result	result	result	result
2			Calculation o...	@calco...	HTXSTO...	Fluegas...	FLUEGAS...	SteamOut...	SteamOut...	SteamOut...	HTXSTO.MFL12	HTXSTO.Q21	HTXSTO.QT	HTXSTO.Q34	HTXSTO...	HTXSTO.RAM...
3			profile3													
4			auto-inserted													
5																
6	2013-08-09 00:00:00	0	1	880	770.693	1	535.65	0.8	0.8	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
7	2013-08-09 00:00:01	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	1.6	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
8	2013-08-09 00:00:02	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	2.4	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
9	2013-08-09 00:00:03	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	3.2	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
10	2013-08-09 00:00:04	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	4	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
11	2013-08-09 00:00:05	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	4.8	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
12	2013-08-09 00:00:06	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	5.6	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
13	2013-08-09 00:00:07	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	6.4	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
14	2013-08-09 00:00:08	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	7.2	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
15	2013-08-09 00:00:09	0	2	880	770.693	1	535.65	0.8	8	6.33616	135.475	135.475	135.475	520.541	0.162027	
16	2013-08-09 00:00:10	0	2	980	837.189	1	535.656	0.800226	8.80023	6.33585	136.219	176.334	179.309	520.712	0.162019	
17	2013-08-09 00:00:11	0	2	980	837.262	1	535.712	0.801175	9.6014	6.33446	139.439	176.337	179.218	520.877	0.161982	
18	2013-08-09 00:00:12	0	2	980	837.317	1	535.829	0.801939	10.4033	6.33227	142.251	176.339	179.15	521.037	0.161923	
19	2013-08-09 00:00:13	0	2	980	837.367	1	535.982	0.802301	11.2056	6.32971	143.879	176.341	179.087	521.192	0.161853	
20	2013-08-09 00:00:14	0	2	980	837.415	1	536.151	0.802432	12.0081	6.32702	144.817	176.342	179.028	521.345	0.161781	
21	2013-08-09 00:00:15	0	2	980	837.461	1	536.327	0.802458	12.8105	6.3243	145.436	176.344	178.971	521.495	0.161708	
22	2013-08-09 00:00:16	0	2	980	837.507	1	536.506	0.802439	13.613	6.32161	145.92	176.345	178.914	521.643	0.161637	
23	2013-08-09 00:00:17	0	2	980	837.551	1	536.686	0.802398	14.4154	6.31896	146.337	176.347	178.859	521.789	0.161568	
24	2013-08-09 00:00:18	0	2	980	837.595	1	536.866	0.802358	15.2177	6.31636	146.754	176.348	178.804	521.932	0.161501	
25	2013-08-09 00:00:19	0	2	980	837.638	1	537.045	0.802313	16.02	6.31381	147.152	176.349	178.751	522.074	0.161436	
26	2013-08-09 00:00:20	0	2	980	837.681	1	537.224	0.802267	16.8223	6.31131	147.546	176.351	178.698	522.213	0.161373	
27	2013-08-09 00:00:21	0	2	980	837.722	1	537.402	0.802221	17.6245	6.30885	147.939	176.352	178.646	522.35	0.161311	
28	2013-08-09 00:00:22	0	2	980	837.763	1	537.579	0.802176	18.4267	6.30645	148.33	176.354	178.595	522.486	0.161252	
29	2013-08-09 00:00:23	0	2	980	837.804	1	537.756	0.802131	19.2288	6.30409	148.72	176.355	178.545	522.619	0.161195	
30	2013-08-09 00:00:24	0	2	980	837.843	1	537.931	0.802087	20.0309	6.30178	149.109	176.356	178.496	522.75	0.161139	
31	2013-08-09 00:00:25	0	2	980	837.882	1	538.106	0.802044	20.833	6.29952	149.497	176.357	178.448	522.879	0.161085	
32	2013-08-09 00:00:26	0	2	980	837.921	1	538.279	0.802001	21.635	6.2973	149.883	176.359	178.4	523.006	0.161033	
33	2013-08-09 00:00:27	0	2	980	837.958	1	538.452	0.801955	22.4369	6.29514	150.257	176.36	178.353	523.131	0.160987	
34	2013-08-09 00:00:28	0	2	980	837.996	1	538.624	0.801917	23.2388	6.29301	150.652	176.361	178.307	523.254	0.160938	

Abbildung A.1.: Ansicht Aufbau-Zeitreihe

wie bei einer stationären Simulation besteht das Modell aus Eingabe- und Ergebniswerten. Die Zuordnung dieser Werte erfolgt jetzt ebenfalls aus dem Zeitreihendialog heraus. In Zeile 2 befindet sich die Anweisung, wie die darunter stehende Variable zu verwenden ist. Zu beachten ist an dieser Stelle, dass sämtliche im Modell vorkommenden Variablen als Ergebniswert ausgelesen werden können. Als Spezifikationswerte können jedoch nur diejenigen angegeben werden, die auch auf der Benutzeroberfläche als Eingabeparameter ausgewiesen sind. Darüber hinaus gibt es noch zeitabhängige Spezifikationen. Diesen kommt eine besondere Bedeutung zu, welche hier noch erläutert werden soll. Eine solche Variable nutzt als Eingabewert das Ergebnis des vorangegangenen Zeitschrittes, d.h. auf diese Weise wird Koppelung der zeitabhängigen Werte vorgenommen. Neben skalaren Größen kommen auch Vektoren, beispielsweise für die Massen der Fluide in den Diskretisierungselementen oder die mittleren kalorischen Speicherwandtemperaturen sowie Arrays für die zweidimensionale Temperaturverteilung im Speicher beim Crank-Nicolson-Verfahren zum Einsatz. Die in Zeile 6 abgelegten zeitabhängigen Variablen besitzen keinen Vorgänger und bestimmen somit den Anfangswert dieser Größe für die

nachfolgende Rechnung.

Ein weiteres, sehr wichtiges Detail befindet sich in der Spalte B, Zeile 4, hier kann sowohl ein Script zur Ausführung gebracht werden, als auch der Datensatz angegeben werden, mit welchem die Zeitreihe simuliert werden soll. Zur praktischen Durchführung der Initialisierung der transienten Komponenten sind zwei Wege vorgesehen. Sie können entweder einzeln angesteuert werden oder gebündelt mit einem Schalter, der die Variablen aller inkludierten Bauteile gemeinsam ansteuert. Das hat zum einen den großen Vorteil, dass der Aufwand für die Anwendung der Bauteile wesentlich geringer wird, zum anderen gewinnt die Zeitreihe deutlich an Übersichtlichkeit, da sonst für jedes dynamische Bauteil eine eigene Spalte zu Steuerung der Instationarität benötigt würde.

## A.2 Bauteil indirekter Speicher

Für die Betrachtung dieses Bauteils wird in diesem Teilabschnitt die Beschreibung des Programmablaufes auf die eigentliche instationäre Unteroutine beschränkt. Beim Aufruf wird eine Vielzahl von Parametern von der Benutzeroberfläche (GUI) und der Bauteilumgebung zur Steuerung des Programmablaufes übergeben. Der Benutzer gibt Materialparameter und Stoffdaten vor, diverse Rand- und Startbedingungen sowie die Berechnungsoptionen für Behandlung der Geometrie und der zeitlichen Auflösung. Vom Hauptprogramm selbst finden Daten des in und aus dem Speicher strömenden Wärmeträgermediums Eingang in die Berechnungen. Rückgabewerte sind mit der Umgebung, bzw. dem Fluid ausgetauschte Wärmemengen und das zum jeweiligen Zeitpunkt herrschende Temperaturfeld in dem Speicher. Die Verteilung der Temperaturen im Speicher wird einem 2D-Variablen-Array für die Werte vor Berechnung des Zeitschrittes abgelegt. Ein weiteres Feld enthält die Temperaturen nach der instationären Berechnung und wird vor der Rückgabe an das aufrufende Programm wiederum als Startwert für den nachfolgenden Zeitschritt übertragen. Die Matrizen sind wie folgt aufgebaut. Der erste Index (JY) adressiert die Zeilen, der zweite (JX) die Spalten. Die Organisation für die Berechnung wird für alle XY-Temperaturfelder schematisch festgelegt. Drei Ränder enthalten die Umgebungstemperaturen, in der vierten Randzone sind die Fluid-Temperaturen abgelegt. Die inneren Elemente repräsentieren die Temperaturverteilung in der Speicherwandung, hier dargestellt für TT(JY,JX):

TT(JY,1)	TT(JY,2)	...	...	...	...	TT(JY,JX-1)	TT(JY,JX)
TT(JY-1,1)							...
...							...
TT(2,1)							...
TT(1,1)	TT(1,2)					TT(1,JX-1)	TT(1,JX)

Umgebung
Speicher
Fluid

Abbildung A.2.: Ansicht Matrix für Speichertemperaturen

Die geometrische „Übersetzung“ dieser Matrix wird mit Hilfe folgender Flächenelemente vorgenommen. Unter der Voraussetzung von Rotationssymmetrie, d.h. es besteht keine Abhängigkeit jeglicher Einflussgrößen vom Winkel, können die Flächenelemente ausformuliert werden:

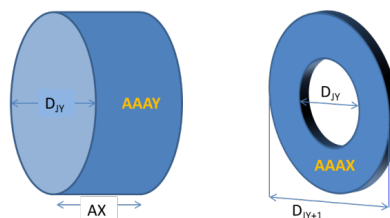


Abbildung A.3.: Skizze Y- und X-normale Teilflächen des Rohrspeichers

Das linke Flächenstück in Abbildung A.3 stellt das normal zur Fluidströmung ausgerichtete Mantelelement dar, während rechts die senkrecht dazu stehende Stirnfläche des Hohlzylinders skizziert ist. Auf diese Weise wird das eigentliche

---

3D-Problem auf ein zweidimensionales reduziert.

Nachfolgend wird der generelle Aufbau und Ablauf des Algorithmus für die transienten Berechnungen vorgestellt. Ähnlich wie bei dem für den stationären Löser mit dem Newtonverfahren findet sich eine Dreiteilung der Routine, bestehend aus Initialisierung, Ausführung der dynamischen Rechnung und Übergabe der Ergebnisse an das Hauptprogramm mit Speicherung für den Folgezeitschritt. Das Ablaufdiagramm zeigt in Form eines Schemas die Vorgangsweise bei der dynamischen Simulation für eine Rohrleitung. Im Wesentlichen werden für die Umsetzung des Crank-Nicolson-Verfahrens die in Kapitel 4.1.1 und 3.3 beschriebenen Ansätze realisiert. Je nachdem, welcher Simulationsmodus gewählt wird, kommt es entweder zu einer Berechnung eines Zeitschrittes mit entsprechenden Unterschritten, oder es wird im Falle einer Initialisierung solange iteriert, bis die Genauigkeit der Bilanzen den geforderten Wert erreicht. Der Ablauf dieses Algorithmus gestaltet sich nach folgender Struktur, wie in Abbildung A.4 dargestellt:

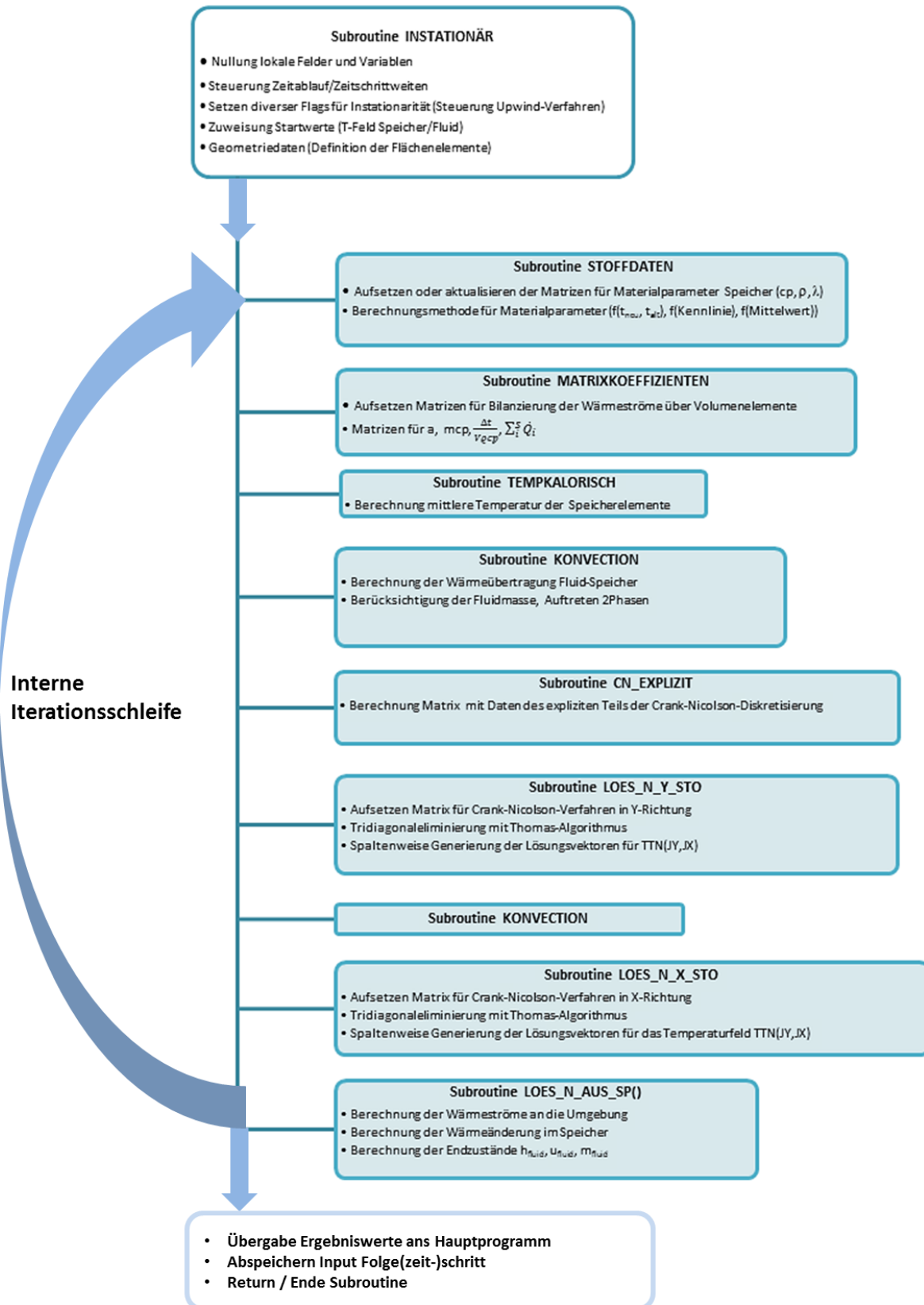


Abbildung A.4.: Schematischer Ablauf des Crank-Nicolson-Verfahrens

Zu Beginn des Aufrufes werden neben der Nullung aller lokalen Felder, der Zuweisung der Startwerte und der Festlegung der Berechnungsmodi alle zeitlich invarianten Parameter für den Algorithmus ermittelt. Nach Übernahme der Spezifikationswerte von der Benutzeroberfläche wird entsprechend:

$$AAAY_{j,i} = (D_{j-1} + \Delta Y_j) \cdot \pi \cdot \Delta X_i$$

für die Y-normalen Flächenelemente (Rohrmantel) und

$$AAAX_{j,i} = \frac{\pi}{4} \left[ (D_{j-1} + 2 \cdot \Delta Y_j)^2 - D_{j-1}^2 \right]^1$$

für die X-normalen Teilflächen (Zylinderquerschnitte) sowie die Teilvolumina

$$VVXY_{j,i} = AAAX_{j,i} \cdot \Delta X_i \quad (\text{A.1})$$

zunächst die örtliche Diskretisierung für die Flächen- und Volumenelemente aufgesetzt. Dazu kommt die Allokation der entsprechenden Variablenfelder gemäß den Anwendervorgaben für diese Modellierung.

Im Anschluss daran wird eine interne Iterationsschleife mit zwei verschiedenen Operationsweisen durchlaufen. Diese unterscheiden sich lediglich in den Randbedingungen, bzw. Vorgaben:

**Initialisierung:** Sie hat das Erreichen der stationären Lösung zur Zielsetzung. Daher wird die Prozedur solange durchlaufen, bis die Abbruchkriterien (Genauigkeit der Energiebilanz, Änderung der Speichertemperaturen) oder die maximale Anzahl an Rechenschritten erreicht sind (Die genauen Erläuterungen zu den Zusammenhängen finden sich in Kapitel 3)

**Dynamische Rechnung:** Hier erfolgt die Berechnung des vorgegebenen Zeitschrittes mit Hilfe der vom Anwender festgelegten Unterzeitschritte. Wird z.B. aus der Zeitreihe ein  $\Delta t = 60\text{s}$  vorgegeben und eine interne Schrittweite von 10s gewählt, so finden 6 Schleifendurchläufe statt. Auf diese Weise lässt sich einerseits Rechenzeit einsparen, da die zeitintensive Ergebnisausgabe an die Benutzeroberfläche reduziert wird, andererseits kann mit der zeitlichen Diskretisierung die Genauigkeit der Simulation (positiv) beeinflusst werden.

Es folgen nun alle für die Lösung der zeitabhängigen Differenzialgleichung erforderlichen Schritte:

**Stoffdaten:** Für die Wand des Speichers können die Variablen  $c_p$ ,  $\varrho$  und  $\lambda$  Funktionen der Temperatur sein (mögliche Anwendervorgabe). Für diese Fälle ist hier die Aktualisierung der Werte vorgesehen.

**Matrixkoeffizienten für das Crank-Nicolson-Verfahren:** Aus den Stoff-, Betriebs- und Geometriedaten wird die Temperaturleitfähigkeit  $a_{j,i} = \frac{\lambda_{j,i}}{\varrho_{j,i} \cdot c_{p,j,i}}$  berechnet, eine Variable für den Zeitschritt und die partielle thermischen Masse des Speichers angelegt:  $\frac{\Delta t}{V_{j,i} \varrho_{j,i} c_{p,j,i}}$  und die Summe der (reduzierten) partiellen Wärmeströme  $\sum_{j,i} \dot{Q}_{j,i}$  gebildet.

**Kalorische Speichertemperatur:** Numerisch wird beim ersten Schleifendurchlauf das Integral  $\frac{1}{V \varrho c_p} \int V_{j,i} \varrho_{j,i} c_{p,j,i} di dj$  zur Bestimmung der mittleren Speichertemperatur berechnet. Es wird benötigt als Ausgabeparameter, bzw. zur Kontrolle der Energiebilanz.

**Konvektion:** Diese iterative Unterroutine sorgt für Abgleich der partiellen Wärmeströme zwischen Speicherwand und Fluid unter Berücksichtigung der Temperaturgradienten. Der Vorgangsweise ist genauer erläutert in den Kapiteln 3.2.3 und 4.1.2.

**Crank-Nicolson explizit:** In (4.7) finden sich Terme des Folgezeitschrittes, apostrophiert mit „t+1“, welche das Verfahren implizit machen und Beiträge des aktuellen Zeitschrittes „t“, welche den expliziten Lösungsteil widerspiegeln. Dieser muss bei der Tridiagonaleliminierung zur Bestimmung des impliziten Teils der Lösung in keine der beiden Flächenrichtungen mitgenommen werden und kann somit bereits vorab bereitgestellt werden.

**Lösung in j-Richtung (senkrecht zur Fluidströmung):** Bestimmung der impliziten Teillösung mit Betrachtung des Wärmeaustausches zwischen den y-benachbarten Elementen der Speicherwand.

**Konvektion:** Siehe oben

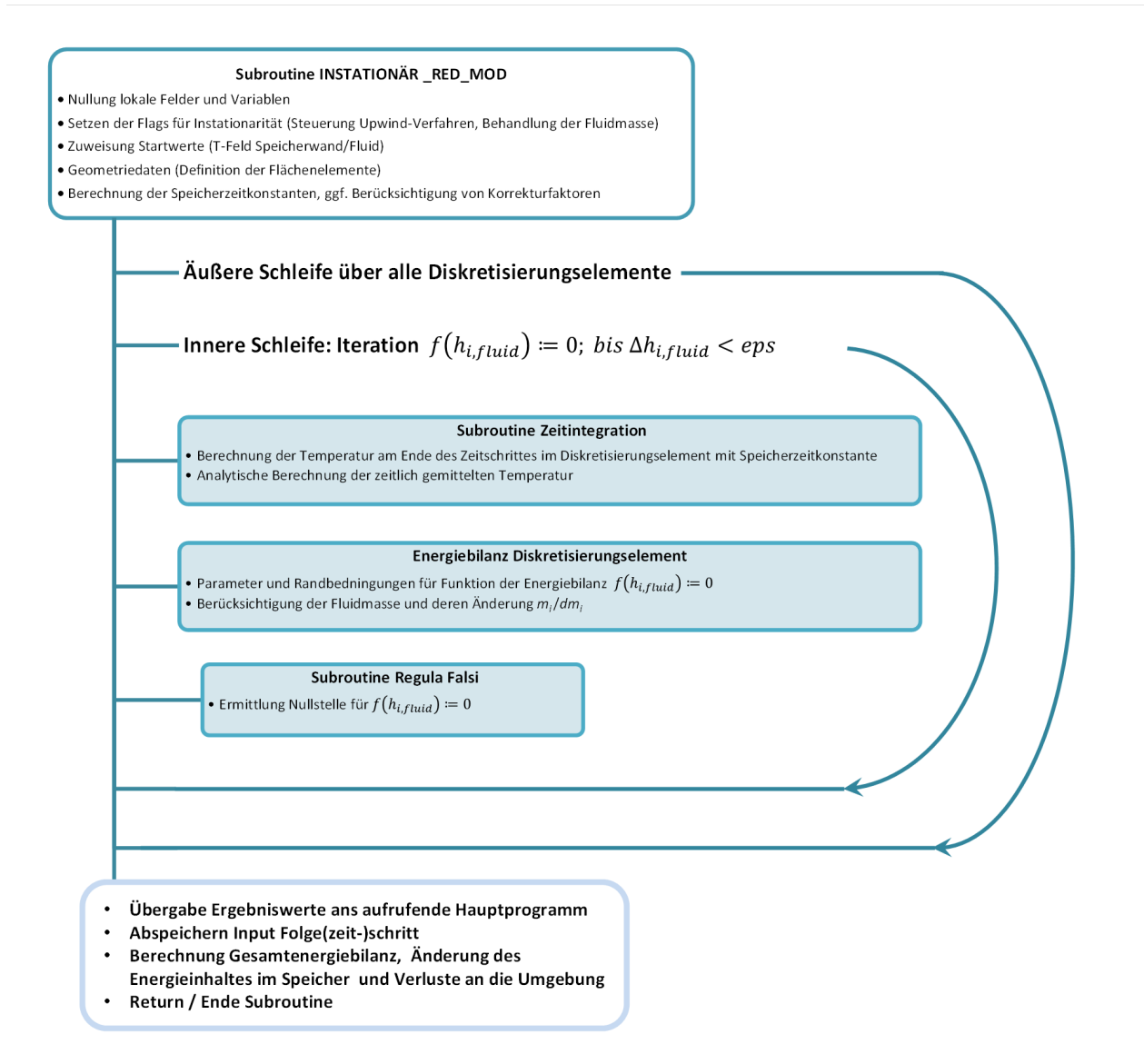
**Lösung in i-Richtung (parallel zur Fluidströmung):** Bestimmung der impliziten Teillösung mit Betrachtung des Wärmeaustausches zwischen den x-benachbarten Elementen der Speicherwand.

<sup>1</sup> Auf die mögliche Vereinfachung dieses Terms wurde der Übersichtlichkeit halber verzichtet

**Wärmeaustausch Speicher-Umgebung** Bestimmung der mit der Umgebung ausgetauschten Wärme, der Änderung des Energiegehaltes im Speicher. Es werden sowohl die über den Zeitschritt gemittelten Größen als auch diejenigen zum Ende des Zeitschrittes berechnet

Am Ende der Schleife stehen noch die Rückgabe der errechneten Werte an das aufrufende Hauptprogramm sowie die Abspeicherung als Eingang für den Folgezeitschritt.

Für das physikalisch reduzierte Modell kann der transiente Berechnungsteil in ähnlicher Form dargestellt werden:



**Abbildung A.5.:** Schematischer Ablauf des physikalisch reduzierten Modells

Gegenüber dem Crank-Nicolson-Verfahren gestaltet sich der Ablauf durch den Wegfall einer Raumrichtung etwas einfacher. Im wesentlichen besteht der Algorithmus aus zwei ineinander geschachtelten Schleifen zur Lösung der Energiebilanz für die Diskretisierungselemente, die hier folgende Gestalt aufweisen:

$$AAAY_i = \frac{D_{innen}}{n_{i,flow}} \cdot Korra \cdot L_{Rohr} \cdot \pi$$

für das Y-normale Flächenelement (Rohrmantel) und

$$AAAX_i = \frac{\pi}{4} \cdot D_{innen}$$

für das X-normale (Strömungsquerschnitt) und

$$VVXY_i = \frac{V_{Rohr}}{n_{i,flow}}$$

das differenzielle Volumenelement und die Zeitkonstante des Speichers

$$\tau = \frac{m_{Rohr} \cdot c_{p,Rohr}}{k_{ges} \cdot A_{Mantel} \cdot Korra} \cdot Korrtau \quad (A.2)$$

Die beiden Korrekturfaktoren *Korra* und *Korrtau* dienen einerseits zur Flächenkorrektur, weil hier ebenfalls zusätzlich die stationäre EBSILON-Lösung mit planarer Austauschfläche ohne Berücksichtigung der Wärmeleitfähigkeit der Speicherwand berechnet wird. Andererseits kann mit Hilfe von *Korrtau* die Speicherzeitkonstante angepasst werden für Probleme mit schlechter Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand (Siehe hierzu Kapitel 5.3).

**Äußere Schleife:** Aufgrund der Tatsache, dass die Wärmeleitung in der Rohrwand parallel zur Strömungsrichtung nicht berücksichtigt wird, verhalten sich alle differenziellen Elemente wie separate, hintereinander geschaltete Wärmetauscher, bei denen der vorangegangene jeweils die Eingangswerte für den folgenden liefert. Daraus ergibt sich die Priorität dieser Schleife.

**Innere Schleife:** Die Lösung der (Teil-)Energiebilanz erfordert einen iterativen Algorithmus zur Nullstellenfindung, wie sie in den Abschnitten 3.2.3 und 4.1.2 beschrieben wird. Es liegen zwei Abbruchkriterien vor. Zum einen gibt es eine maximale Anzahl von Durchläufen, zum anderen kann die Konvergenz über die schrittweise Änderung der Fluidenthalpie verfolgt werden. Fällt diese unter einen bestimmten Grenzwert, gilt die Nullstelle als gefunden. In allen anderen Fällen werden Fehlermeldungen ausgegeben.

**Subroutine Zeitintegration:** Hier wird der analytische Teil der Modellierung abgearbeitet. Mit Hilfe der stationären Temperatur der Speicherwand, die sich als treibende Kraft nach (3.40) einstellen würde und der aktuellen Wandtemperatur lässt sich unter Verwendung der Speicherzeitkonstante sowohl die zeitlich gemittelte nach (3.43) als auch die Temperatur der Rohrwand für das Ende des Zeitschrittes berechnen (3.42).

**Energiebilanz Diskretisierungselement:** Diese Unteroutine liefert die Funktion  $f(h_{i,fluid}) := 0$  Je nach Modus der Behandlung der Fluidmasse bekommt diese Funktion unterschiedliche Terme und Abhängigkeiten.

**Subroutine Regula Falsi:** Dient der Nullstellenfindung für die zuvor ermittelte Funktion  $f(h_{i,fluid})$  nach der Regula Falsi Methode[16].

Abschließend erfolgt die Bestimmung der mit der Umgebung ausgetauschten Wärme, der Änderung der Energie im Speicher. Hierzu wird die analytisch berechnete mittlere Temperatur an den Stützstellen der Speicherwand in Verbindung mit den entsprechenden Fluidtemperaturen herangezogen.

In Bezug auf die geometrische Parametrierung ist noch besonders hervorzuheben, dass der Anwender die Möglichkeit hat, von der Rohrgestalt abweichende Vorgaben zu machen. Das Fluidvolumen und damit auch die im Speicher befindliche Fluidmasse können unabhängig festgelegt werden, wodurch sich die Anwendungsmöglichkeiten deutlich erweitern. Bei den Stoffdaten kann zwischen Konstantwert-Vorgabe, einem linearen Interpolations-Ansatz der Temperaturabhängigkeit sowie einer kennlinienbasierten Auswertung gewählt werden. Besonders erwähnenswert ist der Schalter *FMODE* mit welchem die Berücksichtigung der Fluidmasse als zusätzlicher Teil des thermischen Speichers aktiviert werden kann. Weiterhin kann das Ein- und Ausspeichern von Fluidmasse freigeschaltet werden. Im Modus 4 wird darüber hinaus der sich im Speicher einstellende Druck berechnet. Für den physikalisch reduzierten Algorithmus stehen die Korrekturfaktoren für die Speicherzeitkonstante  $\tau$  und die Wärmeleitfähigkeit des Wandmaterials  $\lambda$  zur Verfügung. Mit diesen ist unter geeigneten Umständen eine genügend genaue Anpassung für große Biot-Zahlen möglich.

---

### A.3 Transienter Wärmetauscher

---

Der transiente Wärmetauscher ist vom Grundaufbau des Modells eine Verdoppelung des zuvor beschriebenen Bauteils, der indirekte Speicher wird erweitert um ein zusätzliches Fluid und eine äußere Trennwand zur Umgebung. Damit entstehen mit der in Kapitel 4.1.1 beschriebenen Diskretisierung zwei koaxiale Rohre. Der Anwender hat analog zu den für den indirekten Speicher beschriebenen Spezifikationen ebenfalls die Möglichkeit, sich bei der Parametrierung von den Vorgaben der Rohrgeometrie zu lösen. Auf diese Weise können praktisch alle geometrischen Verhältnisse abgebildet werden. Darüber hinaus kann die Außenwand durch Setzung sehr kleiner Flächen und Massen thermodynamisch betrachtet zum Verschwinden gebracht werden, was z.B. die Modellierung von Rohren in einem Rauchgaskanal ermöglicht.



## A.4 PID-Regler

Zur Regelung instationärer Prozesse und deren Parameter wird das Bauteil PID-Regler formuliert. Es stehen grundsätzlich je nach Erfordernis zwei Algorithmen zur numerischen Abbildung der Reglergleichung zur Verfügung:

- PID-Differenzengleichung
- Stellungs-/Geschwindigkeitsalgorithmus

Die Differenzengleichung hat die Aufgabe folgende Reglergleichung mit zeitlicher Diskretisierung aufzulösen[80]:

$$y(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{A.3})$$

liefert das Ausgangssignal  $y(t)$  mit den Parametern:

$K_p$  Proportionaler Anteil (P-Regelung)

$K_I$  Integraler Anteil (I-Regelung)

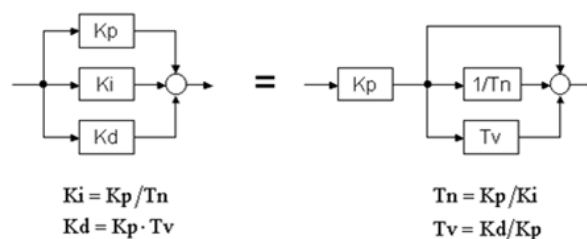
$K_D$  Differentieller Anteil (D-Regelung)

$e(t)$  Eingangssignal (Sollwert – Istwert)

Der integrale Anteil des Ausgangssignals  $y(t)$  ist aus der Historie der Eingangssignale zugänglich. Der Integrator wird durch eine einfache Summation der vorangegangenen, mit  $K_I$  und  $\Delta t$  gewichteten Eingangswerte  $e(t)$  realisiert. Die differenziellen Zeitschritte  $dt$  werden durch die Intervalle der Abtastzeit  $\Delta t$  ersetzt, welche im Zeitreihendialog festgelegt werden. Damit erhält (A.3) folgendes Aussehen für den  $k$ -ten Zeitschritt:

$$y_k = K_p e_k + K_I \Delta t \sum_{i=0}^k e_i + K_D \frac{e_k - e_{k-1}}{\Delta t} \quad (\text{A.4})$$

Bezüglich der Reglerparameter sind folgende Zusammenhänge darstellbar:



**Abbildung A.6.:** Zusammenhänge der Reglerparameter beim idealen PID-Regler

Es gibt zwei Darstellungsmöglichkeiten, die inhaltlich identisch sind. In der analogen Regeltechnik ist noch die Darstellung mit der Nachstellzeit  $T_n$  und der Vorhaltezeit  $T_v$  üblich. Die Umrechnung zwischen den beiden Strukturen ist mit den in Abbildung A.6 angegebenen Formeln möglich. Auf der Benutzeroberfläche ist diesem Umstand mit einem Schalter Rechnung getragen, der die Spezifizierung der jeweiligen Parametersätze steuert. Eine Inversion der Reglercharakteristik kann mit dem Vorzeichen des Parameters  $K_p$  erwirkt werden. Unter anderem findet sich auf der Benutzeroberfläche ein Schalter, mit welchem der Regler begrenzt werden kann. Bei dauerhafter Überschreitung des Aktuatoren-Limits und demzufolge einer andauernden Regeldifferenz würde der I-Anteil im Integrator stetig weiter anwachsen. Das hat ohne zusätzliche Maßnahmen zur Folge, dass der Regler unter Umständen lange Zeit nicht aktiv werden kann, bis dieser Anteil wieder abgebaut ist. Dafür sind verschiedene Anti-Windup Strukturen auswählbar, die das verhindern. Die nachfolgende Abbildung A.7 zeigt die Realisierung des Integrator-Clampings:

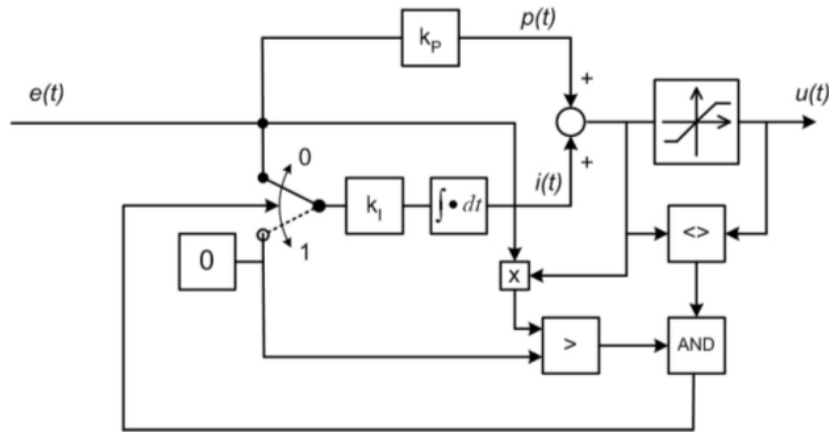


Abbildung A.7.: Struktur der Reglerbegrenzung[131]

Hier wird bei Grenzwertüber- oder unterschreitung des Reglerausgangssignals mit Hilfe eines Schalters dafür gesorgt, dass der Integrator vom Eingangssignal abgekoppelt wird und somit keine weitere Akkumulation oder ein Abbau des I-Anteils erfolgen kann. Zusätzlich wird geprüft, ob Vorzeichengleichheit bei  $e(t)$  und  $u(t)$  vorliegt. Nur in diesem Fall wird das Einfrieren des Integrators aktiv.

## A.5 Übertragungsfunktion

Zur Abbildung des Zeitverhaltens instationärer Komponenten mit Hilfe von Übertragungsfunktionen dient dieses Bauteil. Ebenso wie die Lösung von (4.35) findet die dort dargestellte Berücksichtigung von Totzeiten Eingang in die Algorithmik dieses Bauteils, wobei es zusätzlich möglich ist, reine Verzögerungsglieder ohne Übertragungsfunktion zu realisieren. In Abbildung A.8 ist die Schematik dargestellt nach der hierzu vorgegangen wird:

Delay	5						
Index Zeitintervall	1	2	3	4	5	6	7
Zeitintervalle kumulativ	0	5	10	15	20	25	30
Eingangssignal Bauteil $U_{in}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Eingangssignal $\ddot{U}$ -Funktion	-	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

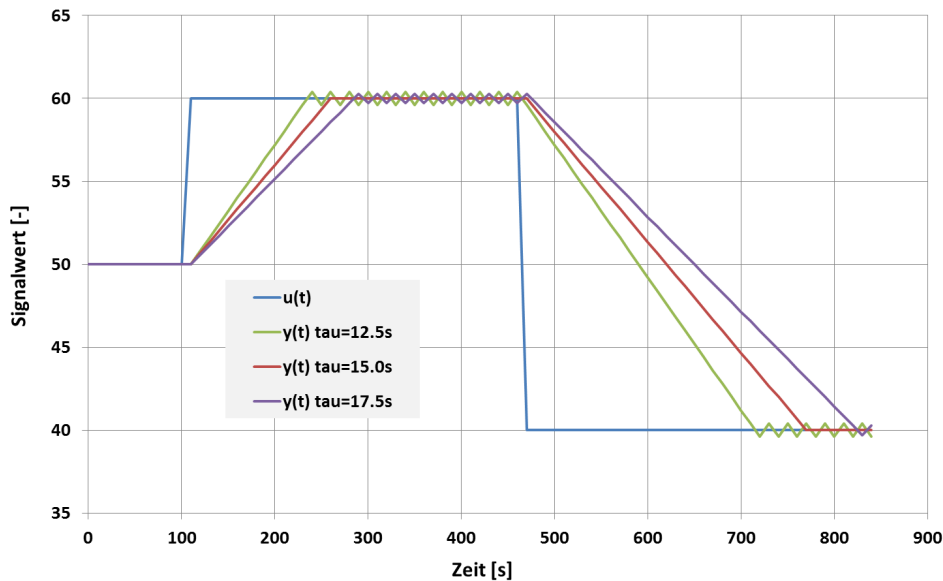
Delay	7								
Index Zeitintervall	1	2	3	4	5	6	7		
Zeitintervalle kumulativ	0	2	5	10	15	20	25	30	
Eingangssignal Bauteil $U_{in}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7		
Eingangssignal $\ddot{U}$ -Funktion	-	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6		

Abbildung A.8.: Implementierung der Totzeit in die Übertragungsfunktion

Der obere Teil zeigt den simplen Fall, welcher mit einer Verschiebung der Eingangswerte um die entsprechende Totzeit durchgeführt werden kann, sofern die Verzögerungszeit ein Vielfaches der Zeitschrittweite ist. Etwas komplexer gestaltet sich die Einbindung der Zeitverschiebungen bereits, wenn sich durch die Verzögerungszeit Zwischenintervalle ergeben, wie der untere Teil der Grafik zeigt. Jetzt muss der aktuelle, zur Eingabe ausgewählte Zeitschritt unterteilt werden, um den korrekten Input liefern zu können. Angedeutet ist das mit den zwei kleinen blauen Ziffern, welche die Aufspaltung des 5 Zeiteinheiten langen Intervalls in eines mit 2 und eines mit 3 Einheiten symbolisieren. Während der ersten 2 Zeiteinheiten im Intervall mit dem Index 1 bekommt die Übertragungsfunktion noch gar keinen Eingangswert. Dann folgt über 3 Zeiteinheiten die Eingabe des Eingangssignals aus dem Intervall mit dem Index 1. Da das Signal wiederum über 5 Zeiteinheiten konstant anliegt (hier mit dem Wert 0.1), ist das Folgeintervall mit dem Index 3 auch betroffen. Hier wiederholt sich die Vorgangsweise, d.h. für 2 Zeiteinheiten bekommt die Funktion nochmals den Eingabewert aus Intervall 1

und anschließend für eine Dauer von 3 den Wert 0.2 aus dem Intervall 2. Falls die Zeitintervalle unterschiedliche Größen besitzen, wird der Input analog zu diesem Schema zusammengesetzt, indem das aktuelle Zeitintervall in entsprechend viele Unterschritte aufgeteilt wird unter Berücksichtigung möglicher Überlappungen mit dem Folgeintervall.

Damit ist im wesentlichen die numerische Abhandlung aller Übertragungsfunktionen sichergestellt. Lediglich eine spezielle Ausnahme, die einer gesonderten Berechnung bedarf, entsteht für den Fall, dass der Exponent  $n = 0$  in (4.34) wird. Jetzt hängt die Entwicklung der Steigung der Funktion nicht mehr von ihrem Wert ab, sondern bestimmt sich nur noch aus dem Verhältnis  $\Delta t/\tau$ , was formal einer Verrampung des Eingangssignals entspricht. Das Abarbeiten diskreter Zeitintervalle kann in diesen Fällen zu folgendem, in der Regel auch physikalisch unsinnigem, Fehlverhalten führen.



**Abbildung A.9.:** Diagramm Fehlerentstehung bei Rampenfunktionen

Wie Abbildung A.9 sehr gut wiedergibt, entsteht der Fehler immer, wenn  $\Delta u \neq n \cdot \frac{\Delta t}{\tau}$ , was in der praktischen Anwendung so gut wie immer zutrifft. Die Signaleingangsgröße ist mit  $u(t)$  bezeichnet und erfährt einmal einen Sprung nach oben um 10 Einheiten nach 100s. Nach 480s fällt die Signalfanke um 20 Einheiten ab. Die einzelnen Antworten mit verschiedenen Zeitkonstanten des Bauteils sind mit  $y(t)$  dargestellt. Die Zeitschrittweite  $\Delta t$  in dem Beispiel beträgt 5s, somit weist nur die rote Kurve die in das zeitliche Raster passende Steigung auf. Das ist gleichbedeutend damit, dass es keine natürliche Zahl  $n$  an Zeitschritten gibt, nach welcher der End-Funktionswert getroffen wird. Je nachdem, ob die Signalfanke steigt oder fällt, können die Werte des Ausgangssignals über denjenigen des Eingangssignals liegen, oder unter dieses abfallen. Beide Fälle, dargestellt in der grünen und violetten Linie verlangen nach einer Korrektur, weil dieses Verhalten physikalisch unsinnig ist und darüber hinaus bei komplexeren Modellen zusätzlich zu Konvergenzproblemen führen kann.

Bei den Spezifikationswerten für die Übertragungsfunktionen kann neben den Auswahlmöglichkeiten zur Steuerung des instationären Verhaltens und den Parametern, die in Gleichung (4.34) eingehen, die Art der Signalübertragung festgelegt werden. Je nachdem, in welchem Zusammenhang die Übertragungsfunktion verwendet wird, ist es erforderlich, den integralen Mittelwert des Ausgangssignals zu nutzen (z.B. bei der Modellierung physikalischer Bauteile wie Massen- und Wärmespeicher), oder man benötigt den Signalwert am Ende des Zeitschrittes beim Einsatz in Regelstrukturen. Darüber hinaus kann statt einem integralen Mittel das arithmetische berechnet werden.

## A.6 Dynamische Rohrleitung, Überhitzerstrecke

Als mögliche Alternative zum indirekten Speicher und der Übertragungsfunktion dient diese Komponente. Einerseits bietet sich hier, wie in Kapitel 3.3.2 und in den nachfolgend beschriebenen Verfahren, die Möglichkeit aus der Bauteilphysik, den Betriebsparametern und Stoffdaten Übertragungsfunktionen ableiten zu können, andererseits ergibt sich eine zweite schnelle Alternative zum Crank-Nicolson-Verfahren und dem reduzierten Modell.

Aus der Impulsbilanz (3.52) in Abschnitt 3.3.2 ergibt sich nach Umformungen und einer Zusammenfassung der Terme folgende Darstellung für die Druckdifferenz:

$$p_1 - p_2 = \varrho \frac{v_2^2}{2} \beta$$

oder formuliert mit dem Massenstrom

$$p_1 - p_2 = \frac{\dot{m}_2^2}{2\varrho A^2} \beta \quad (\text{A.5})$$

Legt man einen Druck  $p_{1,Ref}$  als stationären Referenzfall für die Berechnung der Impulsgleichung fest, so kann mit der Zusammenfassung der Variablen  $\gamma = \frac{\beta}{2\varrho A^2}$  und daraus folgend  $p_{1,Ref} - p_2 = \dot{m}_1^2 \gamma$  der allgemeine Fall angegeben werden:

$$p_1 + \Delta p_1 - p_2 = (\dot{m}_1 + \Delta \dot{m})^2 \gamma \quad (\text{A.6})$$

hieraus folgt unmittelbar nach Auflösung der binomischen Formel (wegen  $p_1 - p_2 = \dot{m}_1^2 \gamma$  und  $\Delta \dot{m}^2 \approx 0$ ):

$$\Delta p_1 = 2\dot{m}_1 \Delta \dot{m} \gamma \quad (\text{A.7})$$

Das verbunden mit der Massenbilanz ergibt:

$$-\Delta \dot{m} = \frac{dM}{dt}$$

mit

$$M = V \varrho(p, h) \quad \frac{\partial M}{\partial t} = V \frac{\partial \varrho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial \varrho}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{A.8})$$

Gleichung (A.7) in differentieller Form lautet:

$$\frac{d\Delta p_1}{dt} = 2\dot{m}_1 \gamma \frac{d\Delta \dot{m}}{dt} \quad (\text{A.9})$$

Und eingesetzt in (A.10) findet man:

$$-\Delta \dot{m} = V \frac{\partial \varrho}{\partial p} 2\dot{m}_1 \gamma \frac{d\Delta \dot{m}}{dt} + V \frac{\partial \varrho}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{A.10})$$

Auf der rechten Seite dieser Gleichung findet sich vor dem Differential  $\frac{d\Delta \dot{m}}{dt}$  das Produkt  $V \frac{\partial \varrho}{\partial p} 2\dot{m}_1 \gamma$ , welches einer Zeitkonstanten  $\tau$  entspricht. Diese kann mit Hilfe von gemessenen oder simulierten stationären Daten abgeschätzt werden. Man erhält hier ein einfaches und effizientes Mittel, um eine Abschätzung zu bekommen, inwiefern zu berücksichtigende Instationaritäten vorliegen. Die Betrachtung gilt in diesem Zusammenhang nur für rein isenthalpe Massenänderungen und besitzt den großen Vorteil, dass zur Bestimmung der Zeitkonstanten  $\tau$  nur stationäre Parameter Eingang in die Berechnung finden[95].

Eine genaue Beschreibung dieses Verfahrens findet sich in der Literatur ( $\kappa_D$ -Verfahren[35]). Ein kurzer Abriss beschreibt die Vorgangsweise, bzw. die Herleitung der Übertragungsfunktionen. Ausgehend von der Energiebilanzgleichung gilt für das Rohrelement:

$$A_{Rohr} \rho c dx \frac{d\Theta}{dt} = \sum_i \dot{q}_i d_i \pi dx \quad (\text{A.11})$$

Die in (A.11) vorkommenden Variablen haben folgende Bedeutung:

$\dot{q}_i$ : partielle Wärmestromdichte (zu- und abfließend)

$d_i \pi$ : innerer Umfang der Rohrleitung

$dx$ : differentielles Längenelement

$A_{Rohr}$ : Querschnittsfläche der Rohrwandung

$\rho$ : Dichte des Rohrwandmaterials

$c$ : Wärmekapazität des Rohrwandmaterials

$\Theta$ : Temperatur der Rohrwand

Die Bilanz besagt somit, dass alle zu- und abfließenden Wärmeströme von und in die Rohrwand hinein gleich der in ihr gespeicherten Wärmemenge sind. Eine äquivalente Gleichung kann für das Durchflussmedium angegeben werden:

$$A_{quer} \rho c_p dx \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \dot{q}_i d_i \pi dx - A_{quer} \rho c_p w \frac{\partial \vartheta}{\partial x} dx \quad (A.12)$$

$\dot{q}_i$ : partielle Wärmestromdichte (von der Rohrwand ans Fluid)

$d_i \pi$ : innerer Umfang der Rohrleitung (Wärmeaustauschfläche des Fluids)

$dx$ : differentielles Längenelement

$A_{quer}$ : durchströmte Querschnittsfläche des Rohres

$\rho$ : Dichte des Fluids

$c$ : isobare Wärmekapazität des Fluids

$w$ : Strömungsgeschwindigkeit des Fluids

$\vartheta$ : Temperatur des Fluids

Die zwischen der Rohrwand und dem Fluid übertragene Wärmemenge ergibt sich aus:

$$\dot{q}_{fluid,Rohr} = \alpha_i \cdot (\Theta - \vartheta) \quad (A.13)$$

Mit (A.13) können die beiden DGL für Rohrwand (A.11) und Fluid (A.12) gekoppelt werden. Das vorgestellte Modell geht von der Annahme aus, dass die instationären „Auslenkungen“ der beschriebenen Systeme mit Hilfe des Superpositionsprinzips formuliert werden können. Zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_i$  bedient man sich des empirischen Zusammenhanges der Nußeltgleichungen. Für praktisch alle Strömungsregimes, respektive erzwungene Konvektion kann eine Gleichung dergestalt angegeben werden[107]:

$$Nu = C \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot K_p \quad (A.14)$$

Daraus folgt die Abhängigkeit  $\alpha_i$  von der Strömungsgeschwindigkeit  $w$  mit der Annahme, dass neben  $C$  auch  $Pr^m$  sowie  $K_p$  bei geringen Änderungen konstant bleiben, wenn (A.14) für zwei verschiedene Reynoldszahlen ins Verhältnis gesetzt wird:

$$\alpha_i = \alpha_{i,stat} \left( \frac{w}{w_{stat}} \right)^n \quad (A.15)$$

Mit einer linearen Approximation ergibt sich  $\alpha_i$  als Funktion der Strömungsgeschwindigkeit, bzw. des Fluidmassenstroms:

$$\alpha_i \approx \alpha_{i,stat} \left( 1 + n \frac{\Delta w}{w_{stat}} \right) = \alpha_{i,stat} \left( 1 + n \frac{\Delta \dot{m}_{stat}}{\dot{m}_{stat}} \right) \quad (A.16)$$

Man erhält für die Lösung einen stationären Anteil, dem ein weiterer instationärer Teil hinzugefügt wird. Damit ergeben sich für die beiden fluidseitigen Gleichungen folgende Formulierungen:

$$A_{quer} \rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \alpha_i \cdot (\Theta - \vartheta) U_i - A_{quer} \rho c_p w \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (A.17)$$

Weiteres Umformen liefert:

$$\rho c_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \alpha_i \cdot (\Theta - \vartheta) \frac{U_i}{A_{quer}} - \rho c_p \frac{\dot{m}}{A_{quer}} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \quad (A.18)$$

Ohne die Ableitungen nach der Zeit findet man für den stationären Teil:

$$0 = \alpha_i \cdot (\Theta - \vartheta) U_i - \rho c_p \dot{m} \frac{d\vartheta}{dx} \quad (A.19)$$

Analog dazu gilt für die Rohrwand:

$$A_{Rohr} \rho c \frac{d\Theta}{dt} = \dot{q}_a \cdot U_a - \alpha_i \cdot (\Theta - \vartheta) \cdot U_i \quad (A.20)$$

und stationär:

$$0 = \dot{q}_a \cdot U_a - \alpha_i \cdot (\Theta - \vartheta) \cdot U_i \quad (A.21)$$

Zurückgegriffen auf das Superpositionsprinzip lassen sich die Temperatur-Abweichungen vom stationären Zustand mit Hilfe von  $\vartheta = \vartheta_{stat} + \Delta\vartheta$  angeben. Die Energiebilanz für das Fluid erhält damit folgende Form:

$$\rho c_p \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial t} = \frac{U_i}{A_{quer}} \left[ \alpha_{i,stat} \left( 1 + n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right) \cdot (\Theta - \vartheta) - \alpha_{i,stat} (\Theta - \vartheta)_{stat} \right] - \frac{c_p}{A_{quer}} \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \dot{m} - \frac{d\vartheta_{stat}}{dx} \dot{m}_{stat} \right) \quad (A.22)$$

und mit der Umformung der Massenströme in Geschwindigkeiten:

$$A_{quer} \rho c_p \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial t} = U_i \alpha_{i,stat} \left[ \left( 1 + n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right) \cdot (\Theta - \vartheta) - (\Theta - \vartheta)_{stat} \right] - A_{quer} \rho c_p \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} v - \frac{d\vartheta_{stat}}{dx} v_{stat} \right) \quad (A.23)$$

Analog zu  $\vartheta = \vartheta_{stat} + \Delta\vartheta$  gilt  $w = w_{stat} + \Delta w$ , womit sich (A.23) umformulieren lässt:

$$\begin{aligned} \frac{A_{quer} \rho c_p}{U_i \alpha_{i,stat}} \cdot \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial t} = & - \frac{A_{quer} \rho c_p}{U_i \alpha_{i,stat}} \cdot \left( \frac{\partial \vartheta_{stat}}{\partial x} w_{stat} + \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial x} w_{stat} + \frac{d\vartheta_{stat}}{dx} \Delta w + \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial x} \Delta w_{stat} - \frac{d\vartheta_{stat}}{dx} w_{stat} \right) + \\ & n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} (\Theta - \vartheta)_{stat} + (\Delta\Theta - \Delta\vartheta) + n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} (\Delta\Theta - \Delta\vartheta) \end{aligned} \quad (A.24)$$

Unter Vernachlässigung der Terme  $\left( \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial x} \Delta w; n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} (\Delta\Theta - \Delta\vartheta) \right)$ , welche  $\approx 0$  ergeben, kann weiter geschrieben werden:

$$\frac{A_{quer} \rho c_p}{U_i \alpha_{i,stat}} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \cdot \left[ \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial x} w_{stat} + \frac{d\vartheta_{stat}}{dx} \Delta w \right] = n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} + \frac{\Delta\Theta - \Delta\vartheta}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \quad (A.25)$$

Hieraus lässt sich mit Hilfe von (A.19) die DGL für die Energiebilanzierung des Fluids angeben:

$$\frac{A_{quer} \rho c_p}{U_i \alpha_{i,stat}} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \cdot \left( \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \Delta\vartheta}{\partial x} w_{stat} \right) = (n - 1) \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} + \frac{\Delta\Theta - \Delta\vartheta}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \quad (A.26)$$

Mit analoger Vorgangsweise kann für die Rohrwand durch Differenzbildung von (A.20) und (A.21) die Energiebilanz unter Verwendung von (A.16) aufgestellt werden:

$$\Delta \dot{q}_a^{II} U_a - U_i \alpha_{i,stat} \left[ \left( 1 + n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right) (\Theta - \vartheta) - (\Theta - \vartheta)_{stat} \right] = A_{Rohr} \rho c \frac{d\Theta}{dt} \quad (A.27)$$

Weiterhin liefert Division durch (A.21) in der Form  $\dot{q}_a^{II} U_a = U_i \alpha_{i,stat} (\Theta - \vartheta)_{stat}$  den Energieerhaltungssatz für die Rohrwand:

$$\frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_a^{II}} - \left( 1 + n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right) \frac{(\Theta - \vartheta)}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} + 1 = \frac{A_{Rohr} \rho c}{U_i \alpha_{i,stat}} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \frac{d\Theta}{dt} \quad (A.28)$$

mit ein paar weiteren Äquivalenzumformungen ergibt sich:

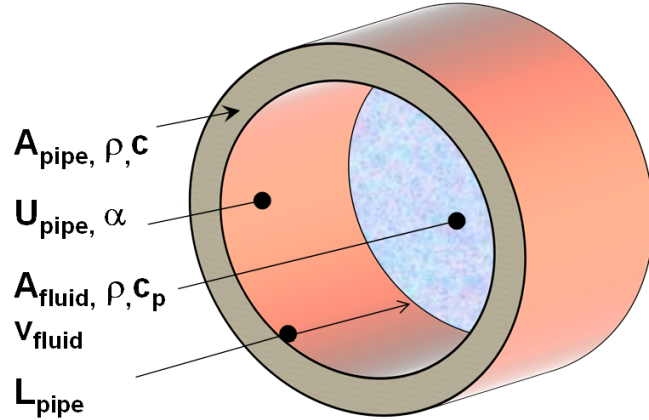
$$\frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_a^{II}} - n \frac{\Delta\dot{m}}{\dot{m}_{stat}} - \frac{\Delta\Theta - \Delta\vartheta}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} = \frac{A_{Rohr} \rho c}{U_i \alpha_{i,stat}} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \frac{d\Theta}{dt} \quad (A.29)$$

Nun werden sowohl die Zeit- als auch die Ortskoordinate dimensionslos gemacht und die Zeitkonstanten  $T_R$  (Rohrspeicherzeit),  $T_D$  (Fluidspeicherzeit),  $T_t$  (Totzeit) sowie die dimensionslose Formkennzahl  $\kappa_D$  eingeführt. Aus diesen Spezifikationswerten können die charakteristischen Kenngrößen für die Rohrleitung und das Fluid bestimmt werden, wie hier in Abbildung A.10 dargestellt:

$$T_{pipe} = \frac{A_{pipe} \rho c}{\alpha U_{pipe}}$$

$$T_{fluid} = \frac{A_{fluid} \rho c_p}{\alpha U_{pipe}}$$

$$T_t = \frac{L_{pipe}}{v_{fluid}}$$



**Abbildung A.10.:** Dynamische Kenngrößen zur Parametrierung der Übertragungsfunktion Rohrleitung

Die hier dargestellten Parameter finden als Vorgabewerte auf der Benutzeroberfläche hinterlegt. Die einzelnen Definitionen lauten:

$\xi = \frac{x}{L}$  mit  $x$ : Koordinate in Strömungsrichtung,  $L$ : Länge des Rohres

$\tau = \frac{t}{T_R}$  mit  $t$ : Zeit,  $T_R$ : Rohrspeicherzeit

$T_R = \frac{A_{rohr} \rho c}{U_i \alpha_{i,stat}}$  Eingangsgrößen wie in (A.11)

$T_t = \frac{L}{w}$   $L$ : Länge des Rohres,  $w$ : Strömungsgeschwindigkeit des Fluids

$T_D = \frac{A_{quer} \rho c_p}{U_i \alpha_{i,stat}}$  Eingangsgrößen wie in (A.12)

$\kappa_D = \frac{T_t}{T_D}$  Verhältnis Totzeit für die Rohrströmung zur Zeitkonstante des Durchflussmediums

Mit den beschriebenen Normierungen können (A.26) und (A.29) als DGL-System angegeben werden. Für das Fluid ergibt sich:

$$\frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \frac{1}{\kappa_D} \left( \frac{T_t}{T_R} \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial \xi} \right) = (n-1) \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} + \frac{\Delta \Theta - \Delta \vartheta}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \quad (A.30)$$

Für die Rohrwand lautet die Gleichung:

$$\frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_{a,stat}^{II}} - n \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} - \frac{\Delta \Theta - \Delta \vartheta}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} = \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \frac{d \Delta \Theta}{d \tau} \quad (A.31)$$

Um jetzt zur Übertragungsfunktion dieser beiden Gleichungen zu gelangen, führt man eine zweimalige Laplace-Transformation in Bezug auf die Zeit und den Ort durch. Zunächst nach der Zeit[31]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \frac{1}{\kappa_D} \left[ \frac{T_t}{T_R} (p \mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta \} - \Delta \vartheta_{t=0}) + \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial \xi} \right\} \right] = \\ (n-1) \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} + \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} [\mathcal{L}_\tau \{ \Delta \Theta \} - \mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta \}] \end{aligned} \quad (A.32)$$

und über den Ort:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \frac{1}{\kappa_D} \left[ \frac{T_t}{T_R} p \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \} + s \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \} - \mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta_{t,x=0} \} \right] = \\ (n-1) \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} + \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} [\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \Theta \} - \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \}] \end{aligned} \quad (A.33)$$

Diese Vorgangsweise für die Rohrwand liefert:

$$\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_{a,stat}^{II}} \right\} - n \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} - \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} [\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \Theta \} - \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \}] = \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} p \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \Theta \} \quad (A.34)$$

Mit der Zusammenfassung der Terme  $\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \Theta \}$  auf der Rechthandseite erhält man die vollständig transformierte Gleichung für die Rohrwand:

$$\frac{1}{1+p} \left[ \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_{a,stat}^{II}} \right\} - n \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} - \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \} \right] = \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \Theta \} \quad (A.35)$$

Jetzt kann (A.35) in (A.33) eingesetzt werden, um  $\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \Theta \}$  zu eliminieren. Unter den Voraussetzungen  $\Delta \dot{q}_a^{II} = const$  und  $\Delta \dot{m} = const$  über die Lauflänge  $x$ , bzw.  $\xi$  gilt für die beiden Laplace-Transformationen:

$$\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_{a,stat}^{II}} \right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_{a,stat}^{II}} \right\}$$

und

$$\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} \quad (A.36)$$

können die beiden Gleichungen zusammengeführt werden:

$$\frac{\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \}}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} = \frac{\frac{1}{1+p} \frac{1}{s} \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\Delta \dot{q}_a^{II}}{\dot{q}_{a,stat}^{II}} \right\} + \left( n \frac{p}{p+1} - 1 \right) \frac{1}{s} \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\} + \frac{1}{\kappa_D} \frac{1}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} \mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta_{t,x=0} \}}{\left( \frac{T_t}{\kappa_D T_R} + \frac{1}{1+p} \right) p + \frac{1}{\kappa_D} s} \quad (A.37)$$

Durch Rücktransformation (Inverse Laplace-Transformation) sind die Übertragungsfunktionen zugänglich, diese nehmen je nachdem, welche „Anregung“ stattfindet verschiedene Gestalt an.

Der erste Fall, die Übertragungsfunktion bei Änderung der Eintrittstemperatur, konstantem Massenstrom und konstanter Wärmezufuhr ergibt sich folgendermaßen. Mit den beschriebenen Bedingungen:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{q}_a^{II} &\equiv 0 \\ \Delta \dot{m} &\equiv 0 \\ \Delta \vartheta_{t,x=0} &\neq 0 \end{aligned}$$

eingesetzt in (A.37) ergibt sich die Funktion:

$$\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{ \Delta \vartheta \} = \frac{\mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta_{t,x=0} \}}{\left( \frac{T_t}{T_R} + \kappa_D \frac{1}{1+p} \right) p + s} \quad (A.38)$$

Die Rücktransformation nach  $\xi$  liefert nach [31]:

$$\frac{\mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta \}}{\mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta_{t,x=0} \}} = \mathcal{L}_\xi^{-1} \left[ \frac{1}{\left( \frac{T_t}{T_R} + \kappa_D \frac{1}{1+p} \right) p + s} \right] \quad (A.39)$$

mit  $\xi = 1$ , d.h.  $x = L$  folgt:

$$\frac{\mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta \}}{\mathcal{L}_\tau \{ \Delta \vartheta_{t,x=0} \}} = e^{-\left( \frac{T_t}{T_R} + \kappa_D \frac{1}{1+p} \right) p} \quad (A.40)$$

Der nächste Fall beschreibt die sich ergebende Übertragungsfunktion, wenn gilt:



$$\begin{aligned}\Delta \dot{q}_a^{II} &\equiv 0 \\ \Delta \dot{m} &\neq 0 \\ \Delta \vartheta_{t,x=0} &\equiv 0\end{aligned}$$

eingesetzt in (A.37) ergibt sich die Funktion:

$$\frac{\mathcal{L}_\tau \mathcal{L}_\xi \{\Delta \vartheta\}}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} = \frac{\kappa_D \left( n \frac{p}{p+1} - 1 \right) \frac{1}{s} \mathcal{L}_\tau \left\{ \frac{\Delta \dot{m}}{\dot{m}_{stat}} \right\}}{\left( \frac{T_t}{T_R} + \kappa_D \frac{1}{1+p} \right) p + s} \quad (\text{A.41})$$

Bevor man die Rücktransformation durchführen kann, ist die Eliminierung von  $(\Theta - \vartheta)_{stat}$  erforderlich und kann mit Hilfe der Beziehung  $\frac{d\vartheta_{stat}}{dx} = \text{const}$  und  $\frac{d\vartheta_{stat}}{dx} L = (\vartheta_{\xi=1} - \vartheta_{\xi=0})_{stat}$  aufgelöst werden, wenn der zweite Ausdruck in (A.19) eingesetzt wird, welche damit folgendes Aussehen bekommt:

$$\frac{(\vartheta_{\xi=1} - \vartheta_{\xi=0})_{stat}}{(\Theta - \vartheta)_{stat}} = \frac{\alpha_{i,stat} U_i L}{\dot{m}_{stat} c_p} = \kappa_D \quad (\text{A.42})$$

Diese Gleichung eingesetzt in (A.41) kann rücktransformiert werden bezüglich  $\xi$  mit  $x = L$ , bzw.  $\xi = 1$  [31]:

$$\frac{\mathcal{L}_\tau \{\Delta \vartheta_{\xi=1}\}}{(\vartheta_{\xi=1} - \vartheta_{\xi=0})_{stat}} = \mathcal{L}_\xi^{-1} \left[ \frac{\kappa_D \left( n \frac{p}{p+1} - 1 \right) \frac{1}{s}}{\left( \frac{T_t}{T_R} + \kappa_D \frac{1}{1+p} \right) p + s} \right] \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{\mathcal{L}_\tau \{\Delta \vartheta_{\xi=1}\}}{(\vartheta_{\xi=1} - \vartheta_{\xi=0})_{stat}} = \frac{(n-1)p-1}{\left[ \frac{T_t}{T_R \kappa_D} (1+p)p + p \right] \kappa_D} \left[ 1 - e^{-\left( \frac{T_t}{T_R} + \kappa_D \frac{1}{1+p} \right) p} \right]^{\xi=1} \quad (\text{A.44})$$

Ausgehend von der Herleitung dieses Berechnungsverfahrens und der Erläuterung in Abschnitt 3.3.2 wird das Bauteil aufgesetzt. Die Umsetzung der vorgestellten Ansätze erfolgt immer über die Anregung einer Übertragungsfunktion aus dem stationären Zustand heraus. Dazu nutzt der Algorithmus des Bauteils den Vergleich der aktuellen Eingangswerte mit denen des vorangegangenen Zeitschrittes. Ändern sich mehrere Größen gleichzeitig, so muss vorab geprüft werden, welche Änderung sich für die Anregung der jeweiligen Übertragungsfunktion verantwortlich zeigt. Mit Hilfe des nachfolgenden Schemas kann das mit dem größtmöglichen Informationsgehalt ermittelt werden:

- $\Delta T_2(\Delta \dot{m}_1) = T_2(\dot{m}_1 + \Delta \dot{m}_1, T_1 + \Delta T_1) - T_2(\dot{m}_1, T_1 + \Delta T_1)$
- $\Delta T_2(\Delta T_1) = T_2(\dot{m}_1, T_1 + \Delta T_1) - T_2(\dot{m}_1, T_1)$
- $\Delta T_2(\Delta \dot{m}_1) = T_2(\dot{m}_1 + \Delta \dot{m}_1, T_1) - T_2(\dot{m}_1, T_1)$
- $\Delta T_2(\Delta T_1) = T_2(\dot{m}_1 + \Delta \dot{m}_1, T_1 + \Delta T_1) - T_2(\dot{m}_1 + \Delta \dot{m}_1, T_1)$

Auf diese Weise können sowohl kombinierte Sprünge (simultane Änderungen der Eintrittstemperatur und des Eintrittsmassenstroms) ausgewertet, als auch den sich möglicherweise ändernden Druckbedingungen Rechnung getragen werden. Je nachdem wie der Sprung stattgefunden hat, bildet man das arithmetische Mittel aus den beiden zusammengehörigen Termen für die „massenstrombedingte“ und die „eintrittstemperaturbedingte“ Änderung der Austrittstemperatur. Mit den veränderten Eingangsbedingungen wird iterativ eine neue stationäre (Teil-)Lösung berechnet, deren Abweichung zur bestehenden stationären Ausgabe bildet schließlich die Auslenkung der Übertragungsfunktion. Nachfolgendes Beispiel verdeutlicht diese Überlegung.

$$\Delta T_{2,T} = T_{2,\text{inf}} - \Delta \overline{T}_2(\Delta T_1)$$

und

$$\Delta T_{2,m} = T_{2,\text{inf}} - \Delta \overline{T}_2(\Delta \dot{m}_1) \quad (\text{A.45})$$

Die linken Seiten der beiden Ausdrücke in (A.45) bilden die Eingangssignale für die Kaskaden der  $PT_1$ -Glieder. Diesen steht ein Vektor der Ausgangssignale des vorangegangenen Zeitschrittes ( $Y_{prev,i}$ ) gegenüber, womit sich für die einzelnen Summanden ergibt:

$$Y_{pres,i} = (1 - e^\tau) \cdot (X_{in,i} - Y_{prev,i}) + Y_{prev,i} \quad (\text{A.46})$$

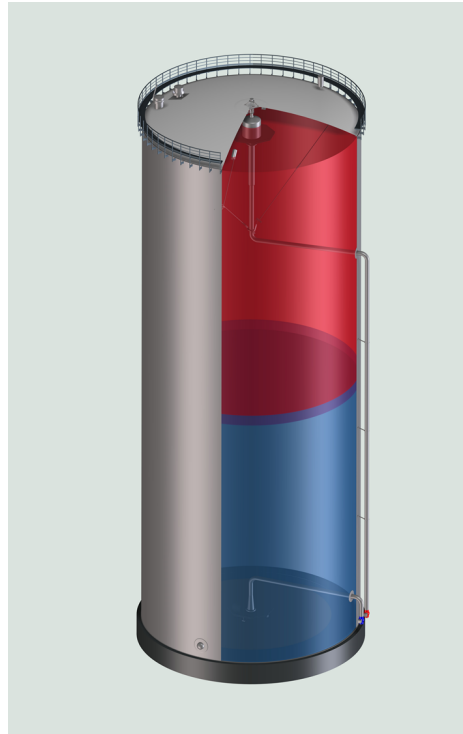
Aufsummieren und die Gewichtung mit  $\frac{1}{i!} \cdot e^{-\kappa_D}$  gemäß einer Poisson-Verteilung liefert das Ausgangssignal der komplexen Übertragungsfunktion  $G(\phi) = e^{-\kappa_D \frac{p}{p+1}}$  aus (4.36).

---

## A.7 Schichtenspeicher

---

Im Zuge der Entwicklungsarbeiten ist als weitere dynamische Komponenten ein Schichtenspeicher entstanden. Diese Komponente verbindet die Eigenschaften zweier bereits existierender Modelle, die des direkten Speichers mit denjenigen des indirekten. Im Gegensatz zu einem direkten Massenspeicher, dessen Füllstand sich ändern kann, ist diese Komponente stets komplett mit einem Fluid befüllt. Darin bildet sich eine Temperatursprungschicht aus, welche den Energie speichernden, heißeren Teil von dem kälteren Teil getrennt wird. Je nach Betriebsmodus, also ob der Speicher be- oder entladen wird, wandert diese Schichtung entlang der Höhenkoordinate auf und ab. Einen schematischen Aufbau zeigt dazu die Abbildung A.11[30]:



**Abbildung A.11.:** Aufbauprinzip eines Schichtenspeichers

Da hier die axiale Wärmeleitung im Fluid ebenfalls eine Rolle spielt, findet diese Eingang in die Simulation und kann vom Anwender vorgegeben und ggf. auch um einen konvektiven „Verstärkungsanteil“ erweitert werden, hierzu erfährt (4.32) diese Modifikation:

$$\dot{Q}_{axi} = -\lambda \cdot (1 + corrconv) \cdot A \frac{dT_{axi}}{dx} \quad (A.47)$$

Des weiteren steht die Wand des Speichers sowohl mit der Umgebung als auch mit dem Fluid in thermischem Kontakt. Von der Algorithmik her betrachtet findet sich hier eine Kombination des in Kapitel 3.2.4 beschriebenen Ansatzes des physikalisch reduzierten Modells mit der Berücksichtigung der axialen Wärmeleitung im Fluid, wie in Kapitel 4.1.4 dargelegt. Abbildung A.12 zeigt das korrespondierende Diskretisierungsschema:

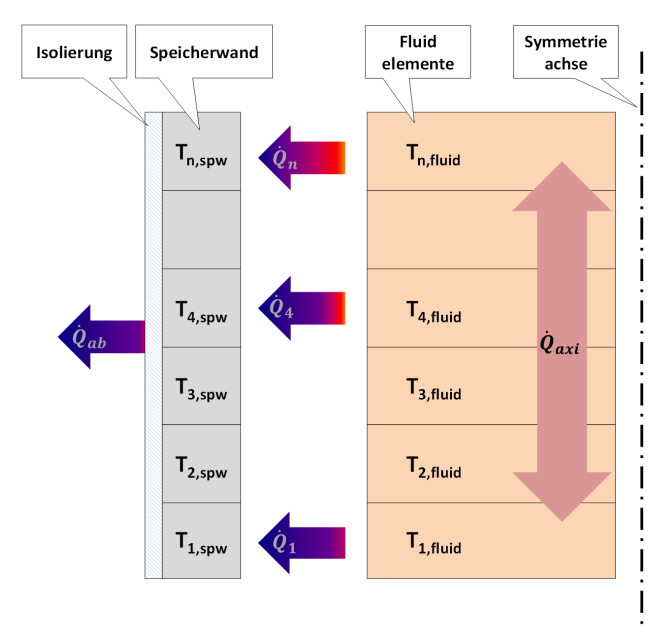


Abbildung A.12.: Diskretisierung des Schichtenspeichers

Über ein logisches Flag kann die Be- und Entladung gesteuert werden, hierzu ist auch ein Automatikmodus anwählbar, der anhand der Temperaturniveaus selbstständig erkennt, in welchem Betriebsmodus gerade gefahren wird.

Die Initialisierung des Temperaturprofils im Speicher besteht im Aufprägen der vorgenannten Sprungschicht. Aus [57] ergibt sich für die Ausbildung der Temperatursprungschicht als Lösung der Differentialgleichung (4.5) in einer räumlichen Dimension eine Errorfunktion für die Temperaturverteilung. Diese lässt sich sehr gut mit der Tangenshyperbolicus-Funktion annähern. Sie kann vom Anwender parametrisiert werden mit Hilfe der Temperaturen und der örtlichen Lage der Schicht, dargestellt in Abbildung A.13:

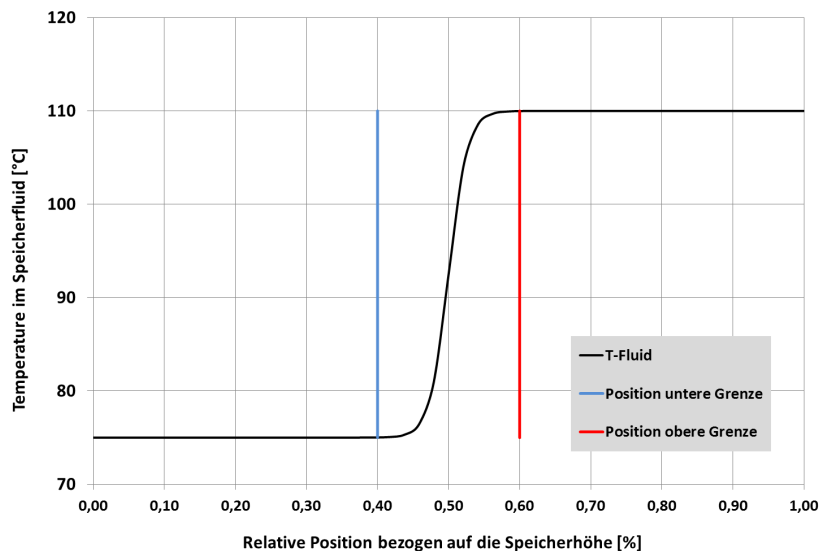


Abbildung A.13.: Schema für Initialisierung der Sprungschicht im Speicher

Mit der Angabe von lediglich 3 Parametern kann sowohl die Lage als auch die Mächtigkeit der thermischen Sprungschicht als Anfangsbedingung festgelegt werden. Die daraus resultierende Funktion besitzt folgende Gestalt:

$$T(x_i) = \bar{T} \cdot \tanh(m_{arg} \cdot x_i + t_{arg}) + T_u$$

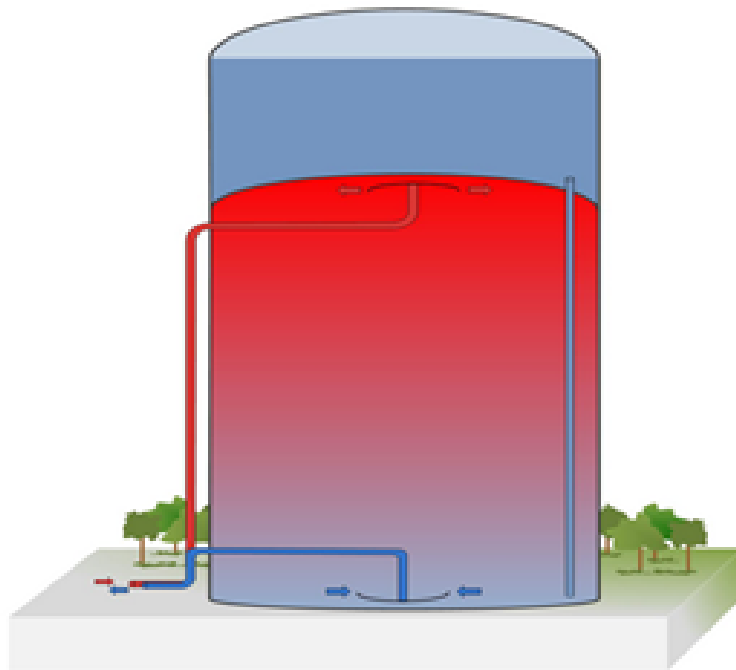
mit

$$m_{arg} = \frac{2 \cdot 3.8}{(x_{T_2} - x_{T_1})}$$

und

$$t_{arg} = -3.8 \cdot \frac{(x_{T_2} + x_{T_1})}{(x_{T_2} - x_{T_1})} \quad (\text{A.48})$$

Eine konstruktive Besonderheit bei realen Schichtenspeichern zeigt die Abbildung:



*Innovative Technologie – Zweizonenspeicher (patentiert von Bilfinger VAM)*

**Abbildung A.14.:** Skizze Schichtenspeicher mit Auflast zur Erhöhung des Druckes[30]

Durch die Auflast eines Wasserreservoirs und die damit verbundene Druckerhöhung können Speichertemperaturen über  $100^{\circ}\text{C}$  realisiert werden. Diesem Umstand kann über eine entsprechende Wahl der Randbedingungen im Modell ebenfalls Rechnung getragen werden.



---

## B Initialisierung des transienten Wärmetauschers

---

Ein elementarer Bestandteil dynamischer Simulationen ist die Initialisierung der Komponenten, was hier gleichbedeutend damit ist, dass definierte und reproduzierbare Startbedingungen für die eigentliche transiente Rechnung geschaffen werden. Man errechnet mit gegebenen Randbedingungen entweder eine stationäre Lösung für  $t \rightarrow \infty$ , oder gibt entsprechende Variablen vor, wie z.B. Temperaturfelder, Startwerte für Übertragungsfunktionen und PID-Regler. Dieser Fall ist quasi trivial und bedarf keiner größeren Erläuterung. Für die Umsetzung der ersten Überlegung, speziell bei den Verfahren mit örtlicher Diskretisierung, sind einige vorbereitende Schritte erforderlich. Im Wesentlichen können zwei Wege beschritten werden:

- Vorabberechnung der erforderlichen Iterationen für das Erreichen der stationären Lösung
- Iteration mit Vorgabe von Abbruchkriterien

Der erste Ansatz besteht mit dem Vorteil einer definierten Anzahl von Rechenschritten, wohingegen der zweite besser zu reproduzierende Ergebnisse verspricht. Nachfolgend werden die beiden Wege kurz skizziert.

---

### B.1 Vorab berechnete Zahl der Iterationsschritte für die Initialisierung

---

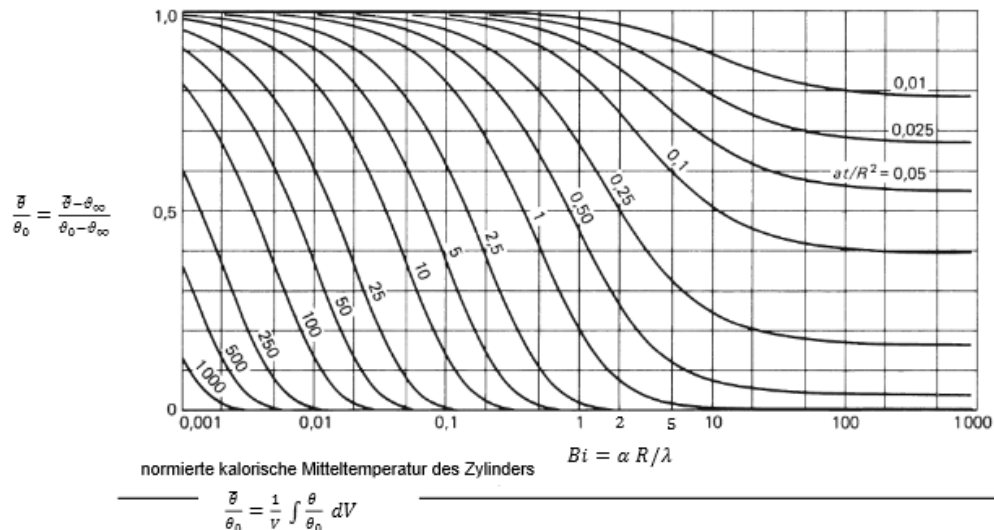
Mit den Überlegungen aus Kapitel E2 des VDI-Wärmatlas werden mit Hilfe der vorgegebenen Variablen zwei dimensionslose Kennzahlen, die Fourierzahl  $Fo$  (Gitterzeit) und die Biot-Zahl  $Bi$  bestimmt[83]:

$$Fo = \frac{at}{x^2}$$

und

$$Bi = \frac{\alpha x}{\lambda} \quad (\text{vgl. (4.17)}) \quad (\text{B.1})$$

Das Diagramm in Abbildung B.1 zeigt das zeitliche Verhalten der mittleren normierten kalorischen Temperatur eines unendlich langen Zylinders über der Biot-Zahl mit der Fourier-Zahl als Parameter der Kurvenschar.



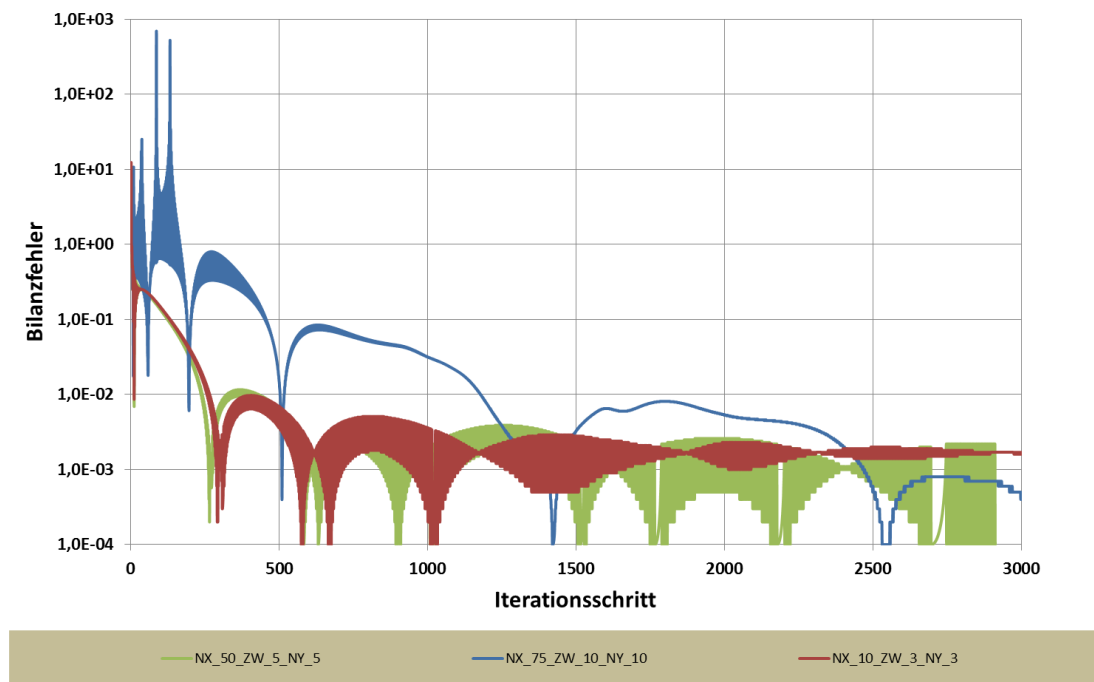
**Abbildung B.1.:** Diagramm Entwicklung zeitlicher Verlauf der normierten kalorischen Mitteltemperatur eines Zylinders[83]

Zum Zeitpunkt  $t_0$  ist der Wert aller normierten Temperaturen:

$$\frac{\bar{\vartheta}}{\vartheta_0} = \frac{\bar{\vartheta} - \vartheta_\infty}{\vartheta_0 - \vartheta_\infty} \quad (\text{B.2})$$

gleich 1, was unmittelbar aus der Anfangsbedingung  $\bar{\vartheta}_{t=0} := \vartheta_0$  für die Fourier'sche-DGL folgt. Mit steigender  $Fo$ -Zahl, also auch mit längerer Dauer des Zeitintervalls nähern sich die Kurven dem Wert 0, d.h. der Zylinder hat in diesem Fall die Umgebungstemperatur ( $\vartheta_\infty$ ) angenommen. Das entspricht dem Erreichen der stationären Lösung. Mit Hilfe dieses Diagramms für die Entwicklung der dimensionslos gemachten Temperaturen kann weiterhin angegeben werden, nach welcher Zeit sich dieser Zustand in Abhängigkeit der Biotzahl einstellt. Für einen konstanten  $x$ -Wert kann diejenige  $Fo$ -Zahl angegeben werden, bei welcher sich die Temperatur der Nullmarke nähert.

Wie sich in der Praxis gezeigt hat, führt dieser Ansatz bei sehr kleinen Werten für  $Bi$  unter Umständen zu sehr langen Zeitschritten für die Initialisierung. Damit einher gehen auch entsprechend viele interne Iterationen, womit dieser Simulationsschritt für den Anwender zu unakzeptabel langen Berechnungszeiten führen kann. Darüber hinaus kommt es unter Umständen zu Oszillationen, über deren Verlauf möglicherweise das Abbruchkriterium erfüllt wird, es sich aber dennoch nicht um eine konvergente Lösung handelt. Die mangelnde Konvergenzstabilität derartiger Lösungen kann ebenfalls zu unnötig vielen Iterationen führen. Die nachfolgende Abbildung zeigt diese Anwendung für die Initialisierung eines transienten Wärmetauschers (EBSILON Bauteilbeispiel 126\_2, aus der Online Hilfe[72]).



**Abbildung B.2.:** Diagramm Entwicklung der Initialfehler CN-Verfahren mit vorab berechneten Zeitschritten

Es sind deutlich zwei überlagerte Oszillationen zu erkennen. Bei dem Fall mit 50 Stützstellen in Strömungsrichtung (grüne Linie) wird zwar nach 2944 Iterationsschritten die Genauigkeit zum Abbruch der Iterationsschleife erreicht. Allerdings zeigt die Lösung kein sauberes Konvergenzverhalten im Sinne einer asymptotischen Annäherung an ein bestimmtes Limit. Die beiden anderen Diskretisierungen zeigen im einen Fall gar keine Näherung (rote Linie) oder eine zu langsame (blaue Linie). Ansätze mit einer Erhöhung der Zahl der Stützstellen auf die festgelegten Maximalwerte von 100 in Flussrichtung und jeweils 30 für die Rohrwandungen können auf diese Weise gar nicht iteriert werden. Das führt zur im nächsten Abschnitt beschriebenen Alternative, welche größere Flexibilität bei der Initialisierung einräumt.

## B.2 Initialisierung mit Abbruchkriterium

Eine für die praktische Anwendung weitaus geeignetere Methode stellt daher der umgekehrte Weg dar. Man gibt ein Abbruchkriterium vor und hat zusätzlich die Möglichkeit, die Zahl der Iterationsschritte zu limitieren. Zu diesem Zwecke wird der Fehler der Energiebilanz berechnet. Beim Erreichen der Stationarität muss für einen Wärmetauscher, bzw. für eine Rohrleitung folgendes gelten, weil alle zeitabhängigen Differenziale  $\frac{\partial}{\partial t}$  in diesem Fall als Terme keine Beiträge liefern:

$$\dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{34} + \dot{Q}_{losses} = 0$$

bzw.

$$\dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{losses} = 0 \quad (B.3)$$

Beim Wärmetauscher lässt sich zusätzlich noch ein zweites Kriterium finden, indem man die mittlere kalorische Speichertemperatur zu Beginn und am Ende des berechneten Zeitschrittes vergleicht. Beim Erreichen der stationären Lösung verschwinden die zeitlichen Änderungen. Die nachfolgende Abbildung B.3 macht sehr gut deutlich, wie stark das Konvergenzverhalten hier einerseits von der Wahl der Diskretisierung abhängt, welche der Anwender genauso wie im zuvor beschriebenen Fall wählen kann. Andererseits eröffnen sich weitere Freiheitsgrade in Bezug auf die Zeitschrittweite und das Abbruchkriterium, welche hier ebenfalls vom Nutzer festgelegt werden können. Die örtliche Diskretisierung bildet zusammen mit der zeitlichen und der Temperaturleitfähigkeit eine Kennzahl für die Geschwindigkeit, mit welcher sich im betrachteten Fall die Temperatur über die Stützstellen fortbewegt. Es gilt für die CFL-Zahl (Courant-Friedrichs-Lewy-Zahl[26]) für das Verfahren 2. Ordnung:

$$CFL = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot \Delta t}{\Delta x^2}$$

bzw. aufgelöst nach  $\Delta t$

$$\Delta t = 2 \cdot CFL \cdot \frac{\Delta x^2}{a} \quad (B.4)$$

Mit Hilfe von  $CFL$  kann die Zeitschrittweite  $\Delta t$  bestimmt werden. Im Folgenden sind verschiedene Szenarien für den Initialisierungsschritt dargestellt. Variiert werden sowohl die örtlichen Diskretisierungen als auch die Zeitschrittweite.

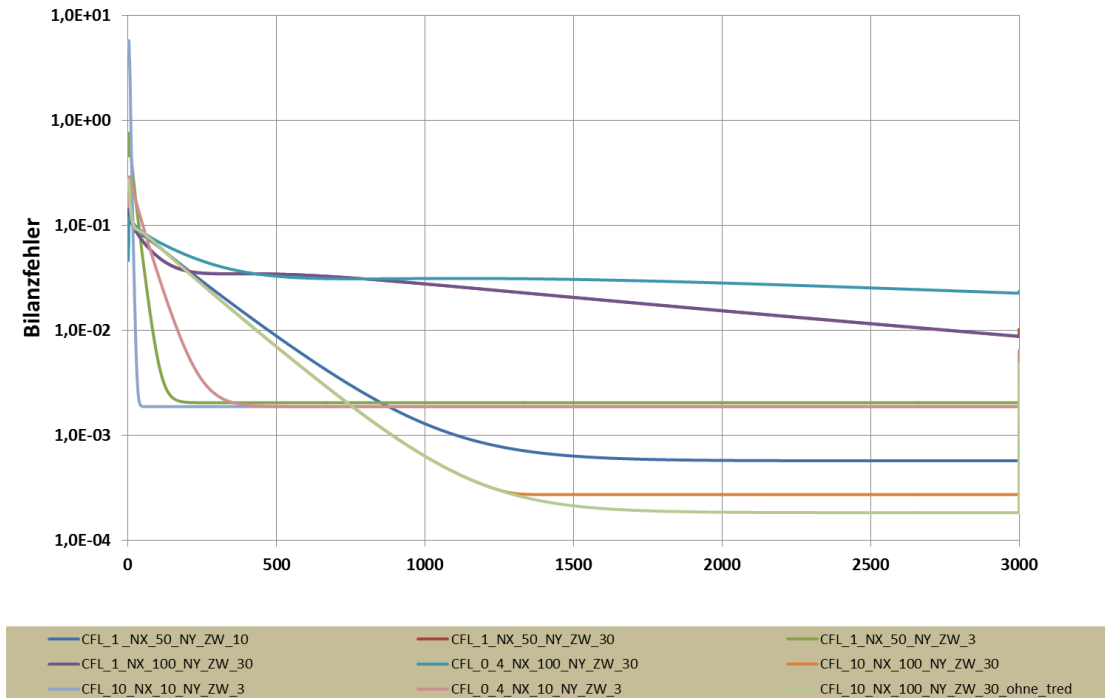


Abbildung B.3.: Diagramm Entwicklung der Initialfehler CN-Verfahren



Alle Kurven in der Abbildung B.3 zeigen einen Konvergenzverlauf frei von Oszillationen. Die sehr schnell konvergierende Kurvenschar, welche ihren minimalen Fehler bereits mit weniger als 500 Iterationen erreicht, findet sich asymptotisch bei einem Bilanzfehler von etwa 0.17% ein. Hier können auch mit vielen weiteren Schritten keine Verbesserungen in der Genauigkeit erzielt werden. Eine feinere Diskretisierung in Strömungsrichtung des Fluides führt ebenfalls nicht zu besseren Ergebnissen, was die Diskretisierung der Speicherwände als den entscheidenden Parameter identifiziert.

### B.3 Korrektur auf die stationäre Lösung

Bei praktisch allen transienten Algorithmen und damit verbunden auch bei dynamischen Simulationsprogrammen treten Abhängigkeiten der Lösung von den Startbedingungen auf, d.h. veränderte Startwerte ziehen Änderungen in der Lösung nach sich. Der stationäre Teil von EBSILON ist jedoch so ausgelegt, dass die Lösung immer und unabhängig von den Ausgangsdaten hin zu den selben Resultaten konvergiert. Bei der Erweiterung in Richtung Dynamik ist diesem Umstand Rechnung zu tragen, um so eines der Alleinstellungsmerkmale dieser Softwareplattform weiterhin aufrecht erhalten zu können. Zu diesem Zweck wird stets neben der transienten Rechnung auch die stationäre durchgeführt und anschließend erfolgt damit eine Korrektur der instationären Ergebnisse, um auf diese Weise die unvermeidlichen numerischen Fehler der diskreten Modelle berichtigen zu können. Das Prozedere umfasst folgende Schritte für den Wärmetauscher:

- Überführung des Wärmewiderstandes  $kA$  von der Rohrgeometrie des ortsdiskreten transienten Algorithmus (Crank-Nicolson und reduziertes Modell) auf eine planare. Für die Geometrie eines Hohlzylinders gilt:

$$kA = \frac{L_{Rohr} \pi}{\left( \frac{1}{\alpha_i D_i} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{D_a}{D_i} + \frac{1}{\alpha_a D_a} \right)}$$

bzw. für eine nicht gekrümmte Fläche:

$$kA = \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} \right)^{-1} A \quad (\text{B.5})$$

Mit Hilfe dieser beiden Gleichungen kann die Fläche  $A$  ermittelt werden, die für die stationäre Lösung nach der zweiten Gleichung den gleichen Wärmewiderstand aufweist.

- Berechnung der analytischen Lösung mit den vorgegebenen Daten und Randbedingungen ohne Verluste an die Umgebung
- Aufruf des transienten Algorithmus zur Bestimmung der Lösung für  $t \rightarrow \infty$
- Abgleich der beiden Lösungen, d.h. die dynamische Lösung wird mit entsprechenden Korrekturtermen für die beiden Wärmeströme auf die statischen Ergebnisse geführt
- Bei Änderung der Randbedingungen, die sich auf die Speicherterme auswirken, wird zunächst komplett die instationäre Rechnung für die Lösung herangezogen. Nach Unterschreiten eines bestimmten Schwellenwertes kommt sukzessive erneut die Korrektur zum Tragen, um die Ergebnisse auf die stationäre Lösung zu führen.

Unter Umständen wird hierbei das Zeitverhalten leicht beeinflusst, dafür ist jedoch sichergestellt, dass am Ende der Berechnungen stets Übereinstimmung mit der stationären Lösung herrscht. Nachfolgende Abbildung B.4 zeigt für ein Beispiel mit dem transienten EBSILON-Wärmetauscher das Eingreifen dieser Korrektur:

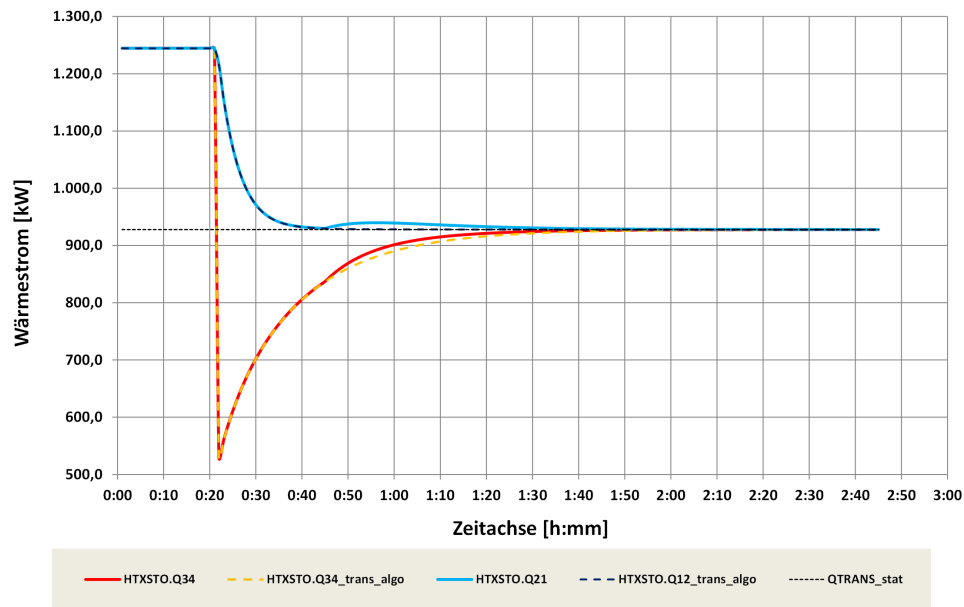


Abbildung B.4.: Diagramm Eingriff der Korrekturfunktion beim transienten Wärmetauscher

Dargestellt ist aus dem stationären Betrieb kommend ein sekundärseitiger Temperatursprung von  $600^{\circ}\text{C}$  auf  $550^{\circ}\text{C}$  nach  $20\text{min}$ . Es zeigt sich zunächst ein deutlicher Einbruch der beiden Wärmeströme. Auf der heißen Seite trifft das mit  $550^{\circ}\text{C}$  deutlich kältere Rauchgas auf die noch vom vorangegangenen Betrieb aufgewärmte Rohrwand, was den Temperaturgradienten ebenfalls verringert. Auf der kalten Seite bewirkt der fehlende „Nachschub“ an thermischer Energie auch einen verringerten Wärmefluss an das Fluid. Die gestrichelten Kurven zeigen unmittelbar die Ergebnisse der transienten Rechnung, während die durchgezogenen Linien die EBSILON-Ausgabewerte repräsentieren. Die dünne, schwarz gestrichelte Linie stellt den Wärmestrom für  $t \rightarrow \infty$ , also die stationäre Lösung dar, der sich alle Kurven nach ca.  $1\text{h}40\text{min}$  annähern. Ohne physikalischen Hintergrund bewegen sich die beiden Kurven  $\text{HTXSTO.Q34}$  und  $\text{HTXSTO.Q21}$  vom Verlauf der anderen Linien weg. Hier greift die Korrekturfunktion ein, was nochmals genauer als Ausschnitt in Abbildung B.5 zu sehen ist:

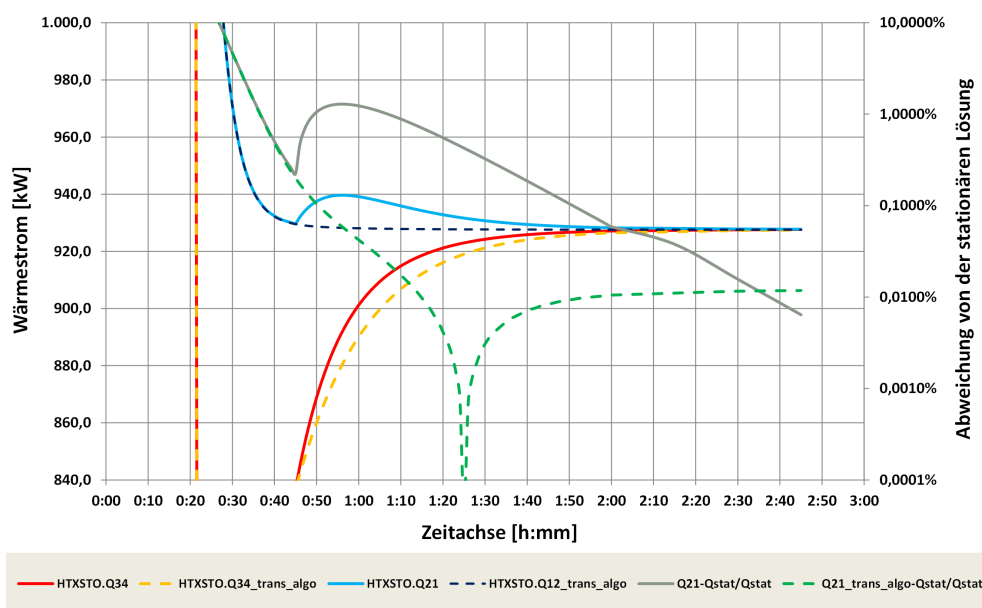


Abbildung B.5.: Diagramm Entwicklung des Fehlers beim Eingriff der Korrekturfunktion

Den Bezeichnungen in der Diagrammlegende liegen folgende Daten zugrunde.

HTXSTO.Q34	Bauteilseitiger Ausgabewert, sekundärseitig vom Fluid an den Wärmetauscher übertragener Wärmestrom
HTXSTO.Q34_trans_algo	Interner vom transienten Algorithmus berechneter Wert, sekundärseitig vom Fluid an den Wärmetauscher übertragener Wärmestrom
HTXSTO.Q21	Bauteilseitiger Ausgabewert, primärseitig vom Fluid an den Wärmetauscher übertragener Wärmestrom
HTXSTO.Q21_trans_algo	Interner vom transienten Algorithmus berechneter Wert, primärseitig vom Fluid an den Wärmetauscher übertragener Wärmestrom
$\frac{Q_{21}-Q_{stat}}{Q_{stat}}$	Abweichung des Ausgabewertes von der stationären Lösung, primärseitig
$\frac{Q_{trans\_algo}-Q_{stat}}{Q_{stat}}$	Abweichung des Ergebniswertes des transienten Algorithmus von der stationären Lösung, primärseitig

Interessant gestaltet sich der Blick auf die Entwicklung der Fehler, bzw. Abweichungen von der stationären Lösung. Der mit dem Ergebnis des transienten Algorithmus berechnete Fehler durchläuft eine Nullstelle<sup>1</sup> bei ca.  $1h25min$ , um dann wieder anzusteigen und bei einem Endwert von 0.012% zu verharren. An dieser Stelle zeigt sich der unvermeidliche (Rest-)Fehler der Numerik. Die korrigierte Lösung dagegen nähert sich mit immer kleiner werdendem Fehler der Stationarität an, nach  $2h45min$  beträgt die Abweichung 0.003%.

<sup>1</sup> Für die Darstellung mit logarithmisch skaliertter Achse wird der Betrag  $ABS((Q_{xx} - Q_{stat}))$  der Abweichung berechnet.

## B.4 Stationäre Modellparametrierung mit QT-Diagrammen

Nachfolgende Abbildung verdeutlicht im QT-Diagramm die Wärmeverschiebung zunächst ausgehend vom stationären PGÜ-Modell:

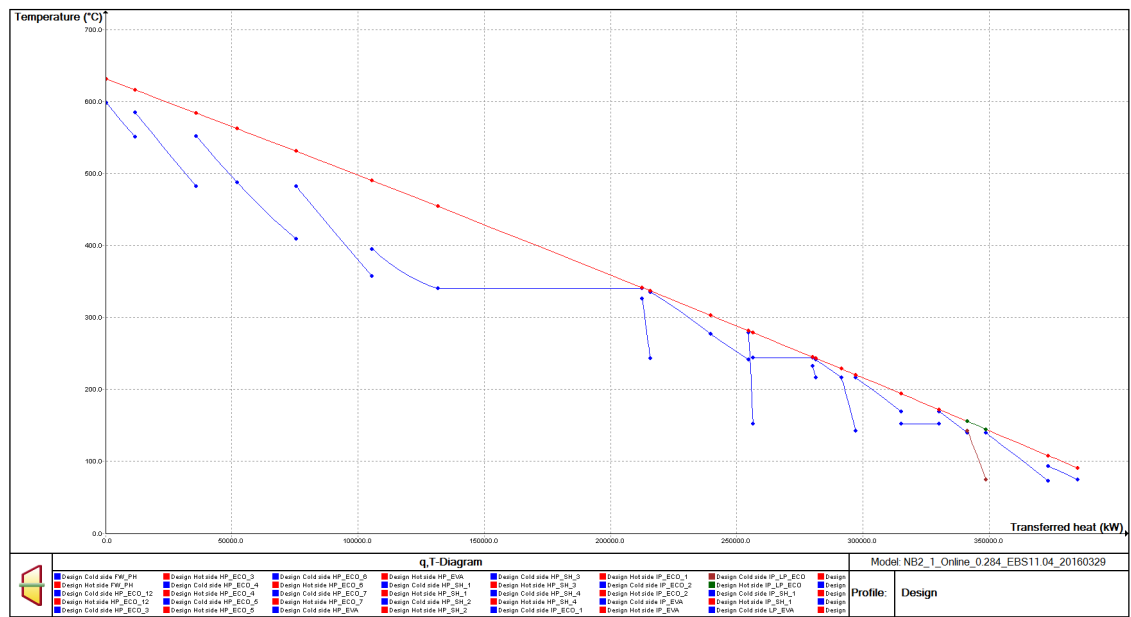


Abbildung B.6.: QT-Diagramm stationäres PGÜ-Modell des Demonstrationsbeispiels 3

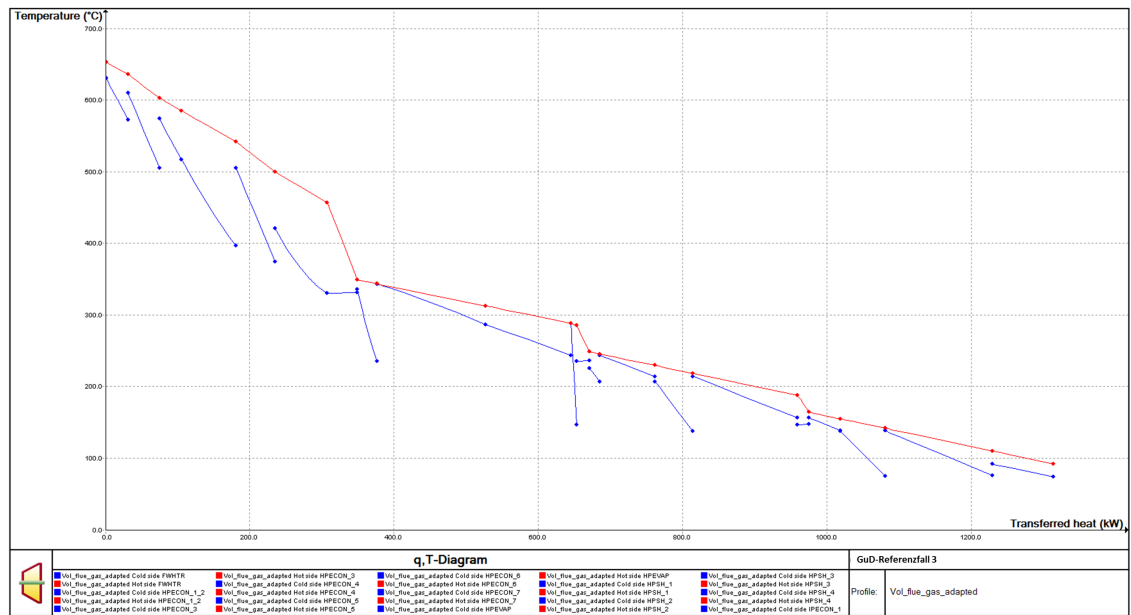
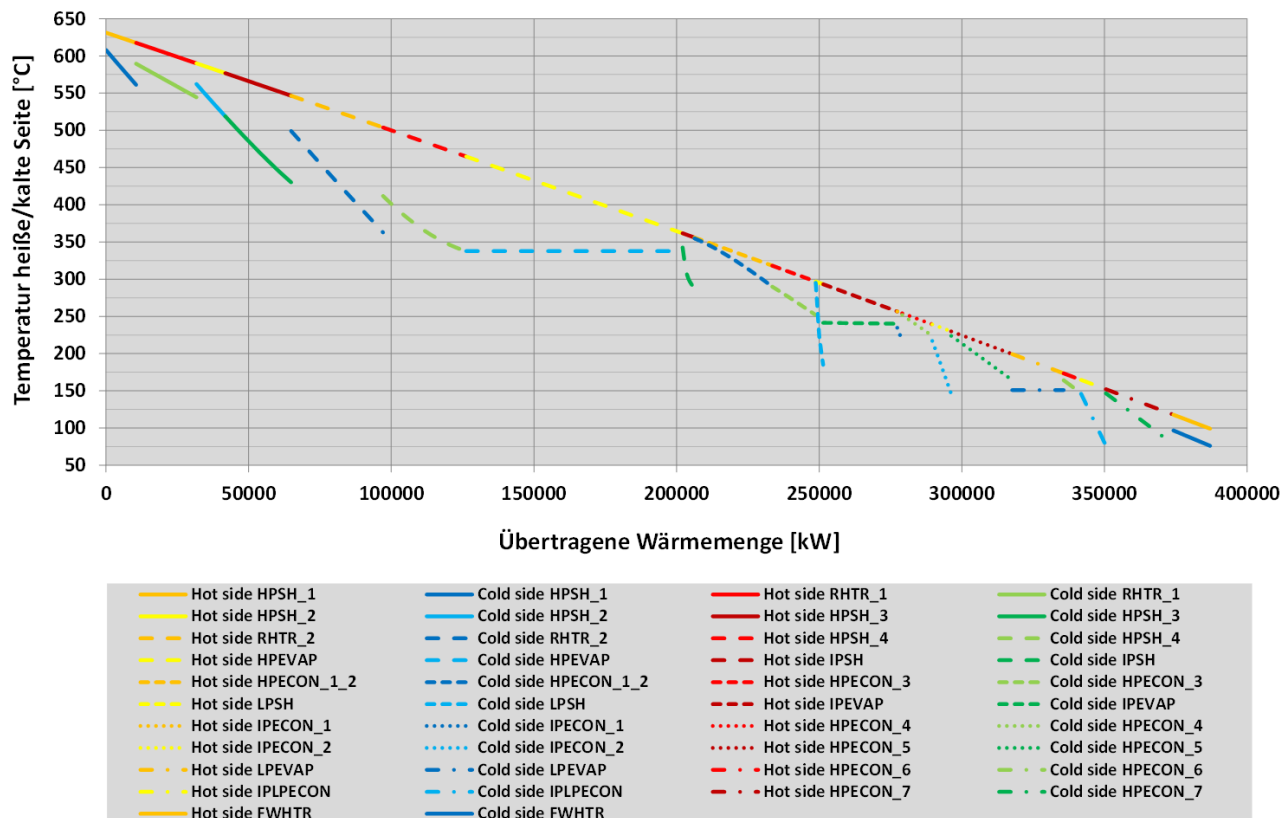


Abbildung B.7.: QT-Diagramm transientes Modell des Demonstrationsbeispiels 3

Dargestellt sind jeweils die Temperaturverläufe für den Nennlastfall. Die roten Linien zeichnen den Weg des Rauchgases nach, während die blauen Kurven die Primärseiten der Wärmetauscher abbilden. Der Vergleich dieser beiden Diagramme dient zunächst einmal dazu, einen grundlegenden Abgleich der Modelle zu bewerkstelligen. Aufgrund der Skalierungen der Wärmeübertrager auf eine repräsentative Rohrleitung ergibt sich ein inkonsistent wirkendes Bild der Wärmeverschiebung. Dieses lässt sich zurück skalieren und bietet folgende Ansicht:



**Abbildung B.8.:** Rückskaliertes QT-Diagramm des transienten Modells des Demonstrationsbeispiels 3

Allen Diagrammen liegt diese Nomenklatur zugrunde:

Bezeichnung	Präfix	Medium/Druckstufe	Benennung Wärmetauscher
Cold side FWHT	Primärseite	Speisewasser	Vorwärmer
Hot side FWHT	Sekundärseite	Rauchgas	Vorwärmer
Cold side HPECON_1_2	Primärseite	Hochdruckstufe Speisewasser	1.& 2. Vorwärmer
Hot side HPECON_1_2	Sekundärseite	Rauchgas	1.& 2. Vorwärmer
Cold side HPECON_X	Primärseite	Hochdruckstufe Speisewasser	3.- 7. Vorwärmer
Hot side HPECON_X	Sekundärseite	Rauchgas	3.- 7. Vorwärmer
Cold side HPEVAP	Primärseite	Hochdruckstufe	Verdampfer
Hot side HPEVAP	Sekundärseite	Rauchgas	Verdampfer
Cold side HPSH_X	Primärseite	Hochdruckstufe Dampf	1.- 4. Überhitzer
Hot side HPSH_X	Sekundärseite	Rauchgas	1.- 4. Überhitzer
Cold side IPECON_X	Primärseite	Mitteldruckstufe Speisewasser	1.& 2. Vorwärmer
Hot side IPECON_X	Sekundärseite	Rauchgas	1.& 2. Vorwärmer
Cold side IPEVAP	Primärseite	Mitteldruckstufe	Verdampfer
Hot side IPEVAP	Sekundärseite	Rauchgas	Verdampfer
Cold side IPSH	Primärseite	Mitteldruckstufe Dampf	Überhitzer
Hot side IPSH	Sekundärseite	Rauchgas	Überhitzer
Cold side RHTR_X	Primärseite	Mitteldruckstufe Dampf	1.& 2. Zwischenüberhitzer

Hot side	RHTR_X	Sekundärseite	Rauchgas	1.& 2. Zwischenüberhitzer
Cold side	IPLPECON_X	Primärseite	Mitteldruck- Niederdruckstufe Speisewasser	Vorwärmer
Hot side	IPLPECON_X	Sekundärseite	Rauchgas	Vorwärmer
Cold side	LPEVAP	Primärseite	Niederdruckstufe	Verdampfer
Hot side	LPEVAP	Sekundärseite	Rauchgas	Verdampfer
Cold side	LPSH	Primärseite	Niederdruckstufe Dampf	Überhitzer
Hot side	LPSH	Sekundärseite	Rauchgas	Überhitzer

Die Analyse mit Hilfe dieses Diagramms liefert die für die weiteren Arbeiten wichtige Information, ob die Portierung des Modells von den stationären auf die transienten Komponenten weiterhin korrekte Ergebnisse liefert. Als Referenzseite wird hier der Weg des Rauchgases gewählt, weil dessen Abkühlung kontinuierlich und ohne Phasenwechsel stattfindet. Da hier zusätzlich über alle Wärmetauscher praktisch der gleiche Massenstrom geführt wird, stellt sich eine stetig fallende Gerade ein.<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Das gilt nur für ein konstantes  $c_p$  des Rauchgases, bei temperaturabhängiger Formulierung dieser Größe können sich Krümmungen ergeben.

## B.5 Substitution von Makromodellen durch den transienten Wärmetauscher und Vergleich der Simulationsergebnisse mit anderen Softwaretools

Eine weitere Möglichkeit der Modellverifikation für das indirekte Speicherbauteil sowie den transienten Wärmeübertrager besteht in der instationären Abbildung eines Überhitzers mit Hilfe von EBSILON. Die geometrischen und physikalischen Parameter eines einzelnen Heizflächenrohres werden hierbei in den Spezifikationswerten der Speicherkomponenten vorgegeben. Der Modellaufbau erfolgt dahingehend, dass Wärmeübertragung zwischen dem im Inneren des indirekten Speicherbauteils strömenden Fluides und seiner Umgebung stattfinden kann. Um eine Koppelung zwischen dem Rauchgasstrang und dem Wasser-/Dampfkreislauf zu erreichen, wird die Umgebungstemperatur des indirekten Speicherbauteils auf die entsprechende Rauchgastemperatur am Eingang des Heizflächenabschnittes gesetzt. Der durch den Wärmeübergang auf die Primärseite übertragene Wärmestrom kann mittels Rechenbausteinen dem Rauchgasstrang entzogen werden. Dadurch vermindert sich die Rauchgastemperatur am Ausgang des Heizflächenabschnittes. Nachfolgende Abbildung B.9 zeigt auf der linken Seite diese Verschaltungsvariante, rechts findet sich eine äquivalente Variante, ausgeführt mit einem einzelnen Bauteil, welches die thermische Koppelung der beiden Ströme modellintern mit einem transienten Wärmeübertrager berechnet:

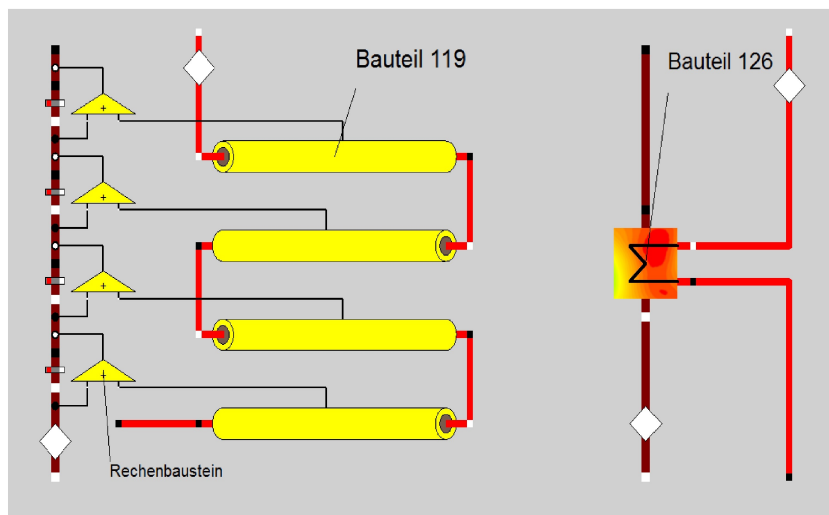
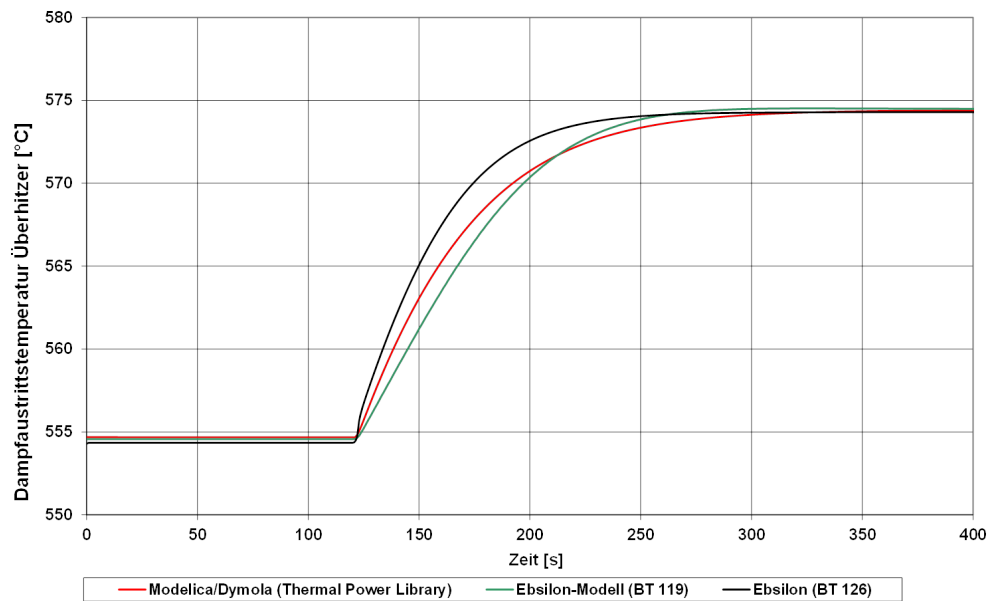


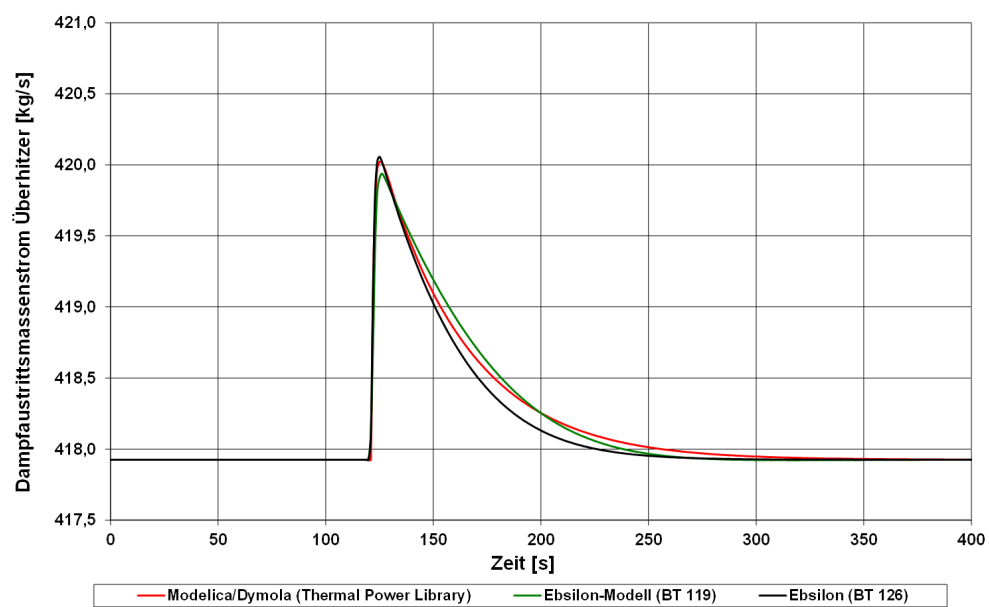
Abbildung B.9.: Aufbau Dampf-Überhitzer mit EBSILON-Komponenten

Ein Abgleich dieser Modelle erfolgt mit Hilfe des dynamischen Simulationsprogramms Modelica/Dymola (ClaRa Thermal Power Library). Hierzu wird die Rohrbündel-Überhitzerfläche eines Referenzkraftwerkes in den unterschiedlichen Softwarepaketen abgebildet. In allen Modellen wird auf die einheitliche Vorgabe der Rohrgeometrie sowie der Prozessparameter für die einströmenden Medien von Rauchgas und Dampf geachtet. Um das dynamische Verhalten der einzelnen Modelle zu ermitteln und vergleichen zu können, erfolgt aus einem stationären Betriebspunkt heraus ein sekundärseitiger Temperatursprung von 100K. Abbildung B.10 und Abbildung B.11 zeigen die Sprungantworten der Dampfaustrittstemperaturen, sowie den Verlauf des Dampfmassenstromes am Austritt der Heizfläche:



**Abbildung B.10.:** Verlauf der Dampftemperaturen nach sekundärseitigem 100K T-Sprung

Bei den Resultaten in Abbildung B.11 ergeben sich sehr gute Übereinstimmungen mit dem Modell des anderen Softwarepaketes. Alle Sprungantworten der Dampftemperatur weisen die Charakteristik eines  $PT_1$ -Übergangsverhaltens auf. Die Steigerung der Dampfaustrittstemperatur schwächt sich nach etwa 60s nach dem Temperatursprung des Rauchgases ab und erreicht nach etwa 180s erneut einen stationären Wert. Zum Verhalten des dynamischen Wärmetauschers, welcher im transienten Verlauf der Temperaturen insgesamt mit einem Maximum von annähernd 5K gegenüber der Komponente für den Rohrspeicher die größten Abweichungen zeigt, ist noch anzumerken, dass hier keine Kreuzstromführung gerechnet werden kann, das Modell ist bislang nur für Gegen- oder Gleichstrom ausgelegt.



**Abbildung B.11.:** Verlauf der Dampfmassenströme nach sekundärseitigem 100K T-Sprung

In Abbildung B.11 kann bei allen Modellen dampfseitig ein Ausspeichervorgang beobachtet werden. Dieser ist in der abnehmenden Dichte des Wasserdampfes aufgrund der steigenden Temperatur begründet. Er endet mit dem erneuten Erreichen eines stationären Arbeitspunktes[108].



## B.5.1 Analyse der fehlerhaften Simulationen

Bei großen Zeitschrittweiten kommt es immer wieder zu nicht konvergierten, fehlerhaften Lösungen einzelner Simulationen. Die nachfolgende Abbildung zeigt das zumeist auftretende Bild für die Temperaturverteilung in der Komponente, welche den Fehler verursacht hat:

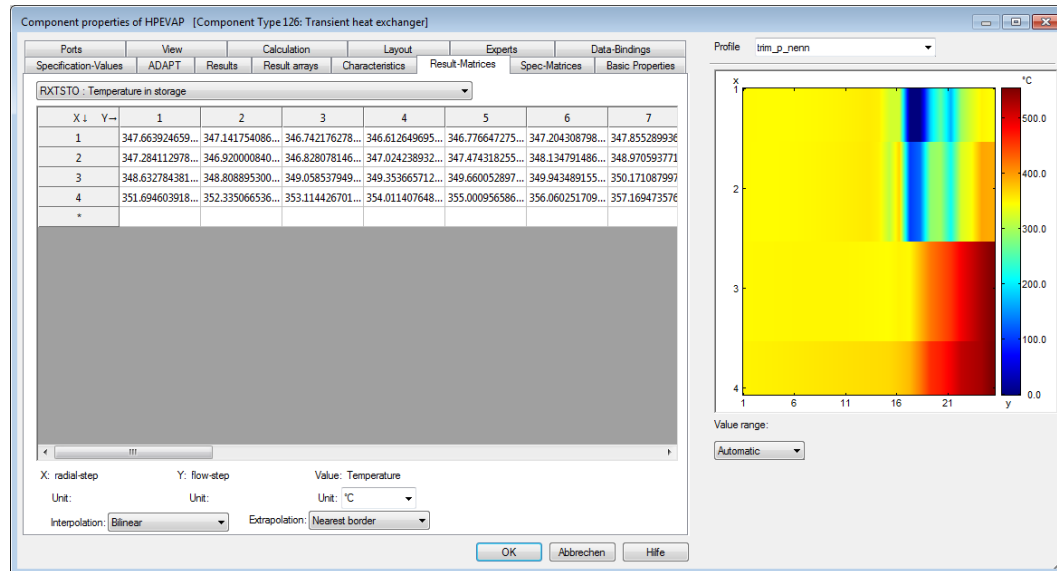


Abbildung B.12.: Fehlerhafte Berechnung der Temperaturverteilung im Hochdruck-Verdampfer

Wie der Konturplot der Temperaturen in den Speichermedien zeigt, kommt es in dem betrachteten Fall zu starken Oszillationen. Diese führen letztendlich mit thermodynamisch nicht sinnvollen Resultaten zu einem Abbruch der Simulation ohne dass Konvergenz erreicht wird. Hier tritt der im Abschnitt 4.1.1 beschriebene Fall nach (4.9) ein, was zu dem entsprechenden Fehlerbild führt. Eine Verringerung der Zeitschrittweite schafft meist Abhilfe, ist aber dennoch kein Garant für eine korrekte Rechnung. Der Fehler tritt in diesem Modell immer beim HD-Verdampfer auf. Dafür ist zum einen eine generelle Instabilität der Energiebilanz verantwortlich, da mit kleinsten Druck- und damit verbunden auch Temperaturschwankungen erhebliche Veränderungen der ausgetauschten Wärme einhergehen. Zum anderen gilt ähnliches auch für die Massenbilanz, die aufgrund des Phasenwechsels und des damit verbundenen Dichteunterschiedes ebenfalls größeren Schwankungen unterworfen ist.

---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] Nettoerzeugung von Kraftwerken zur öffentlichen Stromversorgung.  
[https://www.energy-charts.de/power\\_inst\\_de.htm](https://www.energy-charts.de/power_inst_de.htm), abgerufen 10.12.2018.
- [2] Abramzon, B. und W. Sirignano (2016): *ANSYS Fluent Theory Guide 17.0*. ANSYS Inc.
- [3] Agha, K.; K. Al Fared; A. Rashed und S. Ghurbal (2002): Developing a design and simulation tool for coupling desalination plants with nuclear reactors by using APROS simulator.  
[http://www.apros.fi/filebank/57-Desalination\\_IAEA\\_Paper.pdf](http://www.apros.fi/filebank/57-Desalination_IAEA_Paper.pdf), abgerufen 25.10.2018.
- [4] Ahmad, T.; S. L. Plee und J. P. Myers (2015): *ANSYS Fluent User's Guide 16.2*. ANSYS Inc.
- [5] Ahn, H.; M. Luberti; Z. Liu und S. Brandani (2013): Process configuration studies of the amine capture process for coal-fired power plants. *Int. J Greenhouse Gas Control*, 16.
- [6] Al-Maliki, W. A. K.; F. Alobaid; R. Starkloff; V. Kez und B. Eppe (2016): Investigation on the dynamic behaviour of a parabolic trough power plant during strongly cloudy days. *Applied Thermal Engineering*, 99.
- [7] Alobaid, F.; N. Mertens; R. Starkloff; T. Lanz; Ch. Heinze und B. Eppe (2017): Progress in dynamic simulation of thermal power plants. *Progress in Energy and Combustion Science*, 59.
- [8] Alobaid, F.; R. Starkloff; B. Eppe und H.-G. Kim (2015): A comparative study of different dynamic process simulation code for combined cycle power plants- Part A: part load and off-design operation. *Fuel*, 153.
- [9] Alobaid, F.; R. Starkloff; B. Eppe und H.-G. Kim (2015): A comparative study of different dynamic process simulation code for combined cycle power plants- Part B: start-up procedure. *Fuel*, 153.
- [10] Arkoma, A.; M. Hänninen; K. Rantamäki; J. Kurki und A. Hämäläinen (2015): Statistical analysis of fuel failures in a large break loss of coolant accident (LBLOCA) in EPR type nuclear power plant. *Nuclear Engineering and Design*, 285.
- [11] Baehr, H. D. und S. Kablac (2016): *Thermodynamik Grundlagen und technische Anwendungen*. Springer.
- [12] Bartsch, H.-J. (1993): *Taschenbuch mathematische Formeln*. Fachbuchverlag.
- [13] Belkhir, F.; D. Kraus Cabo; F. Feigner und G. Frey (2015): Optimal start control of a steam power plant using the JModelica platform. *IFAC*, 48(1).
- [14] Biencinto, M.; R. Bayon; E. Rojas und L. Gonzales (2014): Simulation and assessment of operation strategies for solar thermal power plants with a thermocline storage tank. *Solar Energy*, 103.
- [15] BMWI (2019): Zeitreihen zur Entwicklung der erneuerbaren Energien in Deutschland 1980 - 2018.  
[https://www.erneuerbare-energien.de/EE/Redaktion/DE/Downloads/zeitreihen-zur-entwicklung-der-erneuerbaren-energien-in-deutschland-1990-2018.pdf?\\_\\_blob=publicationFile&v=20](https://www.erneuerbare-energien.de/EE/Redaktion/DE/Downloads/zeitreihen-zur-entwicklung-der-erneuerbaren-energien-in-deutschland-1990-2018.pdf?__blob=publicationFile&v=20), abgerufen 03.02.2019.
- [16] Bronstein, I. et al. (2001): *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch.
- [17] Broyden, C. G. (1971): The Convergence of an Algorithm for Solving Sparse Nonlinear Systems. *Mathematics of Computation*, 25(114).
- [18] Bundesregierung (2014): Gesetz für den Ausbau erneuerbarer Energien (Erneuerbare-Energien-Gesetz).
- [19] Calise, F.; A. Cipollina; M. Dentice d'Accadia und A. Piacentino (2014): A novel renewable polygeneration system for a small mediterranean volcanic island for the combined production of energy and water: dynamic simulation and economic assesment. *Applied Energy*, 135.
- [20] Carnot, S. (1872): Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure Sér.*, 2(1).
- [21] Casella, F.; E. Casati und P. Colonna (2014): Optimal operation of solar tower plants with thermal storage for system design. *IFAC*, 47.

- 
- [22] Casella, F. und P. Colonna (2012): Dynamic modeling of IGCC power plants. *Applied Thermal Engineering*, 35.
- [23] Cha, H.; K. Kim; Y. Song und J. Kim (2010): Dynamic simulation of HRSG system according to start-up/shutdown curve. *KSME fall conference*.
- [24] Clapeyron, E. (1926): *Memoire sur la puissance motrice de la chaleur (1834)*. Akademische Verlagsgesellschaft.
- [25] Clarke, D. P.; Y. M. Al-Abdeli und G. Kothapalli (2015): Multi-objective optimisation of renewable hybrid energy systems with desalination. *Energy*, 88.
- [26] Courant, R.; K. Friedrichs und H. Lewy (1928): Über die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100.
- [27] Crank, J. und P. Nicolson (1947): *A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type*. Springer.
- [28] Degl'Innocenti, S. (2015/2016): *Modelling and transient Simulation of a single pressure combined cycle*. Diplomarbeit, Università Degli Studi Firenze.
- [29] Diaz, S. P. (2001): Modelling and simulation of an industrial steam boiler with EcosimPro. *1st meeting of EcosimPro users UNED*.
- [30] Dobringer, P. (9 2016): Prinzipbild atmosphärischer Speicher. Persönliche Mitteilung. Email.
- [31] Doetsch, G. (1961): *Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation*. R. Oldenbourg Verlag.
- [32] El Hefni, B. (2014): Dynamic modeling of concentrated solar power plants with the ThermoSysPro library (parabolic trough collectors, fresnel reflector and solar hybrid). *Energy Procedia*, 49.
- [33] Epping, P. M. (1997): *Computersimulation des Betriebsverhaltens eines solarunterstützten Kombikraftwerkes*. Diplomarbeit, DLR Köln.
- [34] Eppe, B. (2012): *Simulation von Kraftwerken und Feuerungen*. Springer.
- [35] Eppe, B. und R. Leithner (2009): *Simulation von Kraftwerken und wärmetechnischen Anlagen*. Springer.
- [36] Ferziger, J. H. und M. Peric (2002): *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer.
- [37] Fogiel, M. (1999): *Heat Transfer Problem Solver*. REA.
- [38] Fu, S. et al. (2012): Modification and application of the system analysis code ATHLET to trans critical simulations. *Ann Nuclear Energy*, 44.
- [39] Garcia, H. E.; J. Chen; J. S. Kim et al. (2016): Dynamic performance analysis of two regional nuclear hybrid energy systems. *Energy*, 107.
- [40] Garcia, I. L.; J. L. Alvarez und D. Blanco (2011): Performance model for parabolic trough solar thermal power plants with thermal storage: comparison to operating plant data. *Solar Energy*, 85.
- [41] Geiser, J. (2018): *Computational Engineering: Theorie und Praxis der Transportmodelle*. Springer.
- [42] Gerberich, T. (2011): *Modellverifikation und -validierung*. In: *Lean oder MES in der Automobilzulieferindustrie*. Gabler.
- [43] Gierow, C. (2017): Anforderungen von morgen an Kraftwerke aus dem Bestand. In: *TÜV NORD Kraftwerkssymposium*. Universität Rostock.
- [44] Glinz, M. (2009): Vorlesungsskript Software Engineering Kapitel 7 Validierung. PDF, [https://files.ifi.uzh.ch/rerg/amadeus/teaching/courses/software\\_engineering\\_hs07/folien/Einleitung.pdf](https://files.ifi.uzh.ch/rerg/amadeus/teaching/courses/software_engineering_hs07/folien/Einleitung.pdf), abgerufen 18.06.2018.
- [45] Glück, B. (2011): *Simulationsmodell Zweidimensionale Wärmeleitung zur Berechnung von stationären und instationären Temperaturfeldern*. Techn. Ber., Westsächsische Hochschule Zwickau, [berndglueck.de/dl/?dl=Waermeleitung+Bericht\\_Waermeleitung/](http://berndglueck.de/dl/?dl=Waermeleitung+Bericht_Waermeleitung/), abgerufen 26.10.2017.

- 
- [46] Gocht, U. (2012): *Methodische Untersuchungen zur Validierung dynamischer Modelle von Kraftwerkskomponenten am Beispiel der Simulationssoftware EBSILON® Professional (für Instationäre Strömungen)*. Techn. Ber., Hochschule Zittau/Görlitz IPM.
- [47] Gocht, U. (2014): *Vergleich der Modellierungsgüte dynamischer Simulationstools für energietechnische Anlagen und Prozesse*. Techn. Ber., Hochschule Zittau/Görlitz IPM.
- [48] Grüner, H. (2010): *Brennstoffzellensysteme auf Basis regenerativer Energieträger*. Dissertation, Institut für Feuerungs- und Kraftwerkstechnik der Universität Stuttgart.
- [49] Hack, H.; Z. Fan; A. Seltzer und J. Alvarez (2012): Advanced methods of HRSG design for life cycle optimization under fast startups. *POWERGENInternational, Orlando, 11.-13. Dezember 2012*.
- [50] Haglind, F. (2011): Variable geometry gas turbines for improving the part-load performance of marine combined cycles - combined cycle performance. *Applied Thermal Engineering*, 31.
- [51] Haglind, F. und B. Elmegaard (2009): Methodologies for predicting the part-load performance of aero-derivative gas turbines. *Energy*, 34.
- [52] Haller, U. (1991): Kreisprozess-Berechnung: Anwenderfreundlich durch grafische Benutzeroberfläche und modernes Berechnungsverfahren. *BWK*, 43(7/8).
- [53] Hansen, J.; R. Ruedy; M. Sato und K. Lo (2010): Global Surface Temperature Change. *Reviews of Geophysics*, 48(4).
- [54] Hauschke, A. (2014): *Messdatenvalidierung kraftwerkstechnischer Prozesse*. Dissertation, Institut für Energie und Systemverfahrenstechnik, TU Braunschweig.
- [55] Hauschke, A. und R. Leithner (2009): Dynamic simulation of fouling and optimization of sootblowing intervals in a hard coal fired power plant. *Energy, environment, ecosystems and sustainable development (EEESD'09) Athens*.
- [56] Hawaidi, E. und I. Mujtaba (2011): Meeting variable freshwater demand by flexible design and operation of the multistage flash desalination process. *Ind Eng Chem Res*, 50.
- [57] Herwig, H. und A. Moschallski (2006): *Wärmeübertragung Physikalische Grundlagen Illustrierende Beispiele Übungsaufgaben mit Musterlösungen*. Vieweg.
- [58] Hoffmann, A.; B. Merk; T. Hirsch und R. Pitz-Paal (2014): Simulation of thermal fluid dynamics in parabolic trough receiver tubes with direct steam generation using the computer code ATHLET. *Kerntechnik*, 79.
- [59] Hänel, D. (2017): Mathematische Strömungslehre I + II. [http://www.aia.rwth-aachen.de/vlueb/vl/numerische\\_stroemungsmechanik\\_ii/material/msl.pdf](http://www.aia.rwth-aachen.de/vlueb/vl/numerische_stroemungsmechanik_ii/material/msl.pdf), abgerufen 21.09.2017.
- [60] Hübel, M.; S. Meinke; M. Richter et al. (2014): Modelling a lignite power plant in modelica to evaluate the effects of dynamic operation and offering grid services. *Proceedings of the 10th international modelica conference; March 10-12, 2014*.
- [61] Iske, A. (2007/2008): *Anwendung der Differentialrechnung mehrerer Variabler*. TUHH.
- [62] Janicka, J. (1990): Berechnungsverfahren für Kraftwerksprozesse. *BWK*, 42(9).
- [63] Johnsson, A. (2013): *Nonlinear Model Predictive Control for Combined Cycle Power Plants*. Diplomarbeit, Lund University, Department of Automatic Control.
- [64] Kajishima, T. und K. Taira (2017): *Computational Fluid Dynamics*. Springer.
- [65] Kanzow, Ch. (1999): *Numerische Verfahren zur Lösung unrestringierter Optimierungsaufgaben*. Springer.
- [66] Kapetaki, Z.; H. Ahn und S. Brandani (2013): Detailed process simulation of pre-combustion IGCC plants using coal-slurry and dry coal gasifiers. *Energy Procedia*, 37.
- [67] Karimi, M.; M. Hillestad und H. F. Svendsen (2012): Natural gas combined cycle power plant integrated to capture plant. *Energy*, 26.

- [68] Kleinstreuer, C. (2003): *Two-Phase Flow: Theory and Applications*. Taylor & Francis.
- [69] Kollenberg, W. (2004): *Technische Keramik*. Vulkan.
- [70] Kreyszig, E. (1992): *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Son.
- [71] Küppers, L. (2016): Einbindung transienter Simulationen als Beobachtermodell in Regelungen der Kraftwerkstechnik unter Verwendung von EBSILON® Professional. *Kraftwerkstechnisches Kolloquium Tagungsband*, 48.
- [72] Küppers, L. (2018): EBSILON® Professional Online Help Transient Heat Exchanger. <http://portal.ebsilon.com/help/EN/webframe.html/#Component%20126.html>, abgerufen 04.01.2019.
- [73] Lang, Ch. B. und N. Pucker (1998): *Mathematische Methoden in der Physik*. Spektrum.
- [74] Larsson, P. O.; F. Casella; F. Magnusson et al. (2013): A framework for nonlinear model-predictive control using object-oriented modelling with a case study in power plant start-up. *IEEE conference on computer aided control system design (CACSD) part of 2013 IEEE multi-conference on systems and control*.
- [75] LeVeque, R. J. (1990): *Numerical Methods for Conservation Laws*. Springer.
- [76] Li, Y.; M. Lin und Y. Yang (2016): Coupling methods for parallel running RELAPSim code in nuclear power plant simulation. *Nuclear Engineering and Design*, 297.
- [77] Lin, C.; A. Wassel; S. Kalra und A. Singh (1986): The thermal-hydraulics of a simulated PWR facility during steam generator tube rupture transient. *Nuclear Engineering and Design*, 98.
- [78] Liu, S.; D. Faille; M. Fouquet et al. (2015): Dynamic simulation of a 1MWel CSP tower plant with two-level thermal storage implemented with control system. *Energy Procedia*, 69.
- [79] Lou, W.; Q. Wang; X. Huang; Z. Liu und C. Zheng (2015): Dynamic simulation and transient analysis of a 3 MWth oxy-fuel combustion system. *Int. J Greenhouse Gas Control*, 35.
- [80] Lutz, H. und W. Wendt (2002): *Taschenbuch der Regelungstechnik*. Verlag Harri Deutsch.
- [81] MacDowell, N. und N. Shah (2014): Dynamic modelling and analysis of a coal-Fired power plant integrated with a novel split-flow configuration post-combustion CO<sub>2</sub> capture process. *Int. J Greenhouse Gas Control*, 35.
- [82] Manenti, F.; M. Masi und G. Santucci (2013): Start-up operation of MED desalination plants. *Desalination*, 329.
- [83] Martin, H. (2013): *Stationäre Wärmeleitung in ruhenden Körpern*. In: *VDI Wärmeatlas*. Springer.
- [84] Meinke, S. (2012): *Modellierung thermischer Kraftwerke vor dem Hintergrund steigender Dynamikanforderungen aufgrund zunehmender Windenergie- und Photovoltaikeinspeisung*. Dissertation, Lehrstuhl für Technische Thermodynamik, Universität Rostok.
- [85] Mertens, N.; F. Alobaid; R. Starkloff; B. Epple und H.-G. Kim (2016): Dynamic simulation of a triple-pressure combined-cycle plant: hot start-up and shutdown. *Fuel*, 167.
- [86] Mertens, N. J. (2017): *Transiente Berechnung des Anfahrvorgangs verschiedener Abhitzedampferzeuger im Kombiprozess*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt.
- [87] Mohamed, O.; B. Al-Duri und J. Wang (2012): Predictive control strategy for a supercritical power plant and study of influence of coal mills control on its dynamic responses. *Control, 2012 UKACC international conference on IEEE*.
- [88] Najmi, B.; O. Bolland und K. E. Colombo (2015): Load-following performance of IGCC with integrated CO<sub>2</sub> capture using SEWGS pre-combustion technology. *Int. J Greenhouse Gas Control*, 35.
- [89] Naveen, K.; K. N. Iyer; J. Doshi und P. Vijayan (2014): Investigation on single-phase natural circulation loop dynamics part 1: model for simulating start-up from rest. *Prog Nucl Energy*, 76.
- [90] Nelles, O. (2013): Zustandsraum und Digitale Regelung. [http://siva.bgk.uni-obuda.hu/~szakacs/segedanyagok/Modellbildung/Zustandsraum/dr\\_2013\\_05\\_27.pdf](http://siva.bgk.uni-obuda.hu/~szakacs/segedanyagok/Modellbildung/Zustandsraum/dr_2013_05_27.pdf), abgerufen 05.07.2018.

- 
- [91] Ngoma, G. D.; A. Sadiki und R. Wamkeue (2003): Efficient approach in modelling and simulation of dual pressure once-through heat recovery steam generator. *Proceedings of the IASTED conference, power and energy systems*.
- [92] Nielsen, L. (2013): *GuD-Druckluftspeicherkraftwerk mit Wärmespeicher*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig.
- [93] Nielsen, L. und R. Leithner (2009): Dynamic Simulation of an innovative compressed air energy storage plant - detailed modelling of the storage cavern. *WESEAS Trans Power Systems*, 4.
- [94] Niknia, I. und M. Yaghoubi (2012): Transient simulation for developing a combined solar thermal power plant. *Applied Thermal Engineering*, 37.
- [95] Oertel, H.; M. Böhle und T. Reviol (2011): *Grundlagen der Strömungsmechanik*. Vieweg+Teubner.
- [96] Österholma, R. und J. Palsson (2014): Dynamic modelling of a parabolic trough solar power plant. *Proceedings of the 10th International Modelica Conference, March 10th-12th 2014*.
- [97] Ostwald, W. (1892): *Carnot, S.: Betrachtungen über die bewegende Kraft des Feuers und die zur Entwicklung dieser Kraft geeigneten Maschinen (1824)*. Wilhelm Engelmann-Verlag.
- [98] Papula, L. (1994): *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. Vieweg.
- [99] Patankar, S. V. (1980): *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere.
- [100] Peaceman, D. und M. Rachford (1955): The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations. *J. SIAM*, 3.
- [101] Pechtl, P.; P. Harter; M. Posch und J. Petek (2001): Konzepte der computergestützten Bewertung von Abnahmemessungen in Kraftwerksanlagen. *VGB Power Tech*, 81(4).
- [102] Pletl, C. (2005): Experimente und numerische Simulation zum dynamischen Verhalten eines Abhitzedampferzeugers mit Zwangsdurchlauf. *VDI-Verlag*.
- [103] Ponweiser, K.; W. Linzer und Y. Josifi (1997): Stabilitätsbetrachtungen an einem Dampferzeuger mit einem Zwei-Trommel-Bündel. *VGB Kraftwerkstechnik*, 77(3).
- [104] Press, W. H.; B. P. Flannery; S. A. Teukolsky und W. T. Vetterling (1989): *Numerical Recipes*. Cambridge University Press.
- [105] Proctor, M. J.; W. Yu; R. D. Kirkpatrick und B. R. Young (2016): Dynamic modelling and validation of a commercial scale geothermal organic rankine cycle power plant. *Geothermics*, 61.
- [106] Rheinländer, J.; S. Bergmann und M. R. Erbes (2008): Technical and Economic Performance of Parabolic Trough Solar Power Plants - A Computational Tool for Plant Feasibility Studies. *Proceedings of the 14th SolarPACES Conference, 4 - 7 March 2008*.
- [107] Richter, E. (2018): Wärme- und Stoffübertragung in Strömungen.  
[https://tu-dresden.de/ing/maschinenwesen/ilr/ressourcen/dateien/tfd/studium/dateien/Thermofluidodynamik\\_Epdf?lang=en](https://tu-dresden.de/ing/maschinenwesen/ilr/ressourcen/dateien/tfd/studium/dateien/Thermofluidodynamik_Epdf?lang=en), abgerufen 19.03.2019.
- [108] Richter, M. (2014): *Aufbau und Analyse eines dynamischen Simulationsmodells für ein modernes mit Steinkohle befeuertes Dampfkraftwerk*. Diplomarbeit, Universität Duisburg-Essen.
- [109] Richter, M. (04 2018): Persönliche Mitteilung. Email.
- [110] Richter, M.; Oeljeklaus G. und Görner K. (2015): Dynamic Simulation of Coal-Fired Power Plants focusing on the Modeling of the Steam Generator. *Proceedings of the 10th European Conference on Industrial Furnaces and Boilers, 7.-10. April 2015, Porto, Portugal*.
- [111] Richter, M.; F. Möllenbruck; A. Starinsk; G. Oeljeklaus und K. Görner (2015): Flexibilization of coal-fired power plants by dynamic simulation. *Proceedings of the 11th international modelica conference, Versailles, France, September 21-23, 2015*.
- [112] Sahoo, S. S.; S. Singh und R. Banerjee (2016): Thermal hydraulic simulation of absorber tubes in linear fresnel reflector solar thermal system using RELAP. *Renew Energy*, 86.



- 
- [113] Sandner, H.; M. Neubronner und G. Stübner (1994): *Stoffwerte von reinen Metallen und Metalllegierungen*. In: *VDI-Wärmeatlas*. Springer.
- [114] Schiemann, R. (2012): Abbildung und dynamische Simulation eines horizontalen Naturumlaufverdampfers eines Abhitzedampferzeugers in Hinblick auf Strömungsinstabilitäten. Bachelorarbeit, TU Darmstadt.
- [115] Schuppar, B. (1999): *Elementare Numerische Mathematik*. Friedrich Vieweg & Sohn.
- [116] Schweitzer, A. (2018): Formelsammlung und Berechnungsprogramme Anlagenbau Wärmetauscher. <https://www.schweitzer-fn.de/waerme/waermetauscher/waermetauscher.php>, abgerufen 01.08.2018.
- [117] Sievert, R. (2006): *Analyse der Einflussparameter auf die Strömung im Eintritt von Niederdruck-Dampfturbinen*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum.
- [118] Sindareh-Esfahani, P; E. Habibi-Siyahposh; M. Saffar-Avval et al. (2014): Cold start-up condition model for heat recovery steam generators. *Applied Thermal*, 65.
- [119] Spurk, J. H. und N. Aksel (2006): *Strömungslehre*. Springer.
- [120] Stamatelopoulos, G.-N. (1995): *Berechnung und Optimierung von Kraftwerkskreisläufen*. VDI-Verlag.
- [121] Starkloff, R.; F. Alobaid; K. Karner; B. Eppe et al. (2015): Development and validation of a dynamic simulation model for a large coal-fired power plant. *Applied Thermal Engineering*, 3.
- [122] Starkloff, R.; R. Postler; W. A. K. Al-Maliki; F. Alobaid und B. Eppe (2016): Investigation into gas dynamics in an oxyfuel coal-fired boiler during master fuel trip and blackout. *Journal Process Control*, 41.
- [123] Störig, H. J. (1982): *Kleine Weltgeschichte der Wissenschaft 2*. Fischer Taschenbuch.
- [124] Sun, Y.; S. Vogel und H. Steuer (2011): Combining advantages of specialized simulation tools and modelica models using functional mock-up interface (FMI). *Proceedings of the 8th international modelica conference*.
- [125] Tara, A. A.; E. H. Martinez und A. de Soane (2003): Modelling and analysis with EcosimPro of a nuclear power plant heat sink based on a cooling pond. *Proceedings 2nd meeting of EcosimPro users*.
- [126] Tzolakis, G. et al. (2012): Simulation of a coal-fired power plant using mathematical programming algorithms in order to optimize its efficiency. *Applied Thermal Engineering*, 48.
- [127] Udono, K. und R. Sitte (2008): Modeling seawater desalination powered by waste incineration using a dynamic systems approach. *Desalination*, 229.
- [128] UNFCCC (2016): UN Framework Convention on Climate Change: Adoption of the Paris Agreement. [www.unfccc.int/resource/docs/2015/cop21/eng/109r01.pdf](http://www.unfccc.int/resource/docs/2015/cop21/eng/109r01.pdf), abgerufen 09.12.2018.
- [129] VDE (2016): *FNN-Störungs- und Verfügbarkeitsstatistik - Berichtsjahr 2015*. VDE.
- [130] VDI/VDE (2003): *Richtlinie 3508, Blockregelung von Kraftwerken*. VDI.
- [131] Visioli, A. (2003): Modified anti-windup scheme for PID controllers. *IEE Control Theory and Applications*, 150(1).
- [132] von Eichhain, C. (2012): Power plant simulator & designer. <http://www.powerplantsimulator.com/wp-content/uploads/2014/10/PowerPlantSimulatorDesigner1.pdf>, abgerufen 30.10.2018.
- [133] von Eichhain, C.; A. Kolbitsch und R. Hofmann (2012): New design of HRSGs for solar thermal hybrid power plants. *PowerGen Middleast 2012, Doha*.
- [134] Walter, H. und R. Hofmann (2011): How can the heat transfer correlations for finned-tubes influence the numerical simulation of the dynamic behavior of a heat recovery steam generator. *Applied Thermal*, 31.
- [135] Walter, W. (1991): *Analysis 2*. Springer.
- [136] Wan, J.; H. Song; J. Sun und F. Zhao (2015): Development of a simulation platform for dynamic simulation and control studies of AP1000 nuclear steam supply system. *Ann Nuclear Energy*, 85.

- 
- [137] Wegstein, J. H. (1958): Accelerating convergence of iterative processes. *Communication of the Associations for Computing Machinery*, 1(6).
- [138] Wei, H. M.; X. Zhang und T. L. Liu (2012): AP1000 nuclear reactor and primary loop modeling based on Relap5-3D and 3Keymaster simulation platform. *Applied Mech Mater*, 214.
- [139] Whalley, P. B. (1996): *Two-Phase Flow and Heat Transfer*. Oxford University Press.
- [140] Will, S. (2018): Lehre am LTT.  
<http://www.ltt.uni-erlangen.de/de/lehre-und-studium/>, abgerufen 08.01.2018.
- [141] Wlodzimerz, B. (2013): Dynamic simulation of drum level sloshing of heat recovery steam generator. *J Central South Univ.*, 20.
- [142] Wolf, H.-P. (2017): *Begleitmaterial zur Schulung EBSILON®Professional*. Steag, rev 1.01 Aufl.
- [143] Zhang, W.; H. Zhang und M. Su (2011): Fault simulation of boiler heating surface ash deposition in a power plant system. *Front Energy*, 5.
- [144] Zhou, C.; E. Doroodchi und B. Moghtaderi (2013): An in-depth assessment of hybrid solar-geothermal power generation. *Energy Convers Manage*, 74.
- [145] Zindler, H.; H. Walter; A. Hauschke und R. Leithner (2008): Dynamic simulation of a 800MWel hard coal one-through supercritical power plant to fulfill the Great Britain grid code. *6th IASME/WSEAS international conference on heat transfer, thermal engineering and environment*.